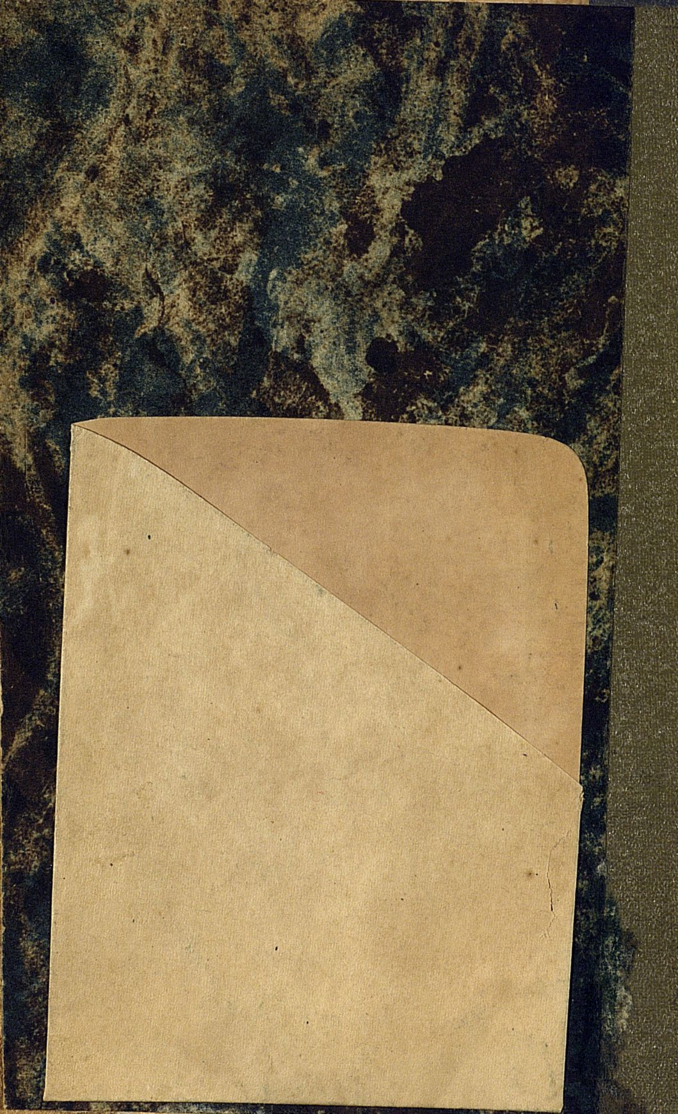
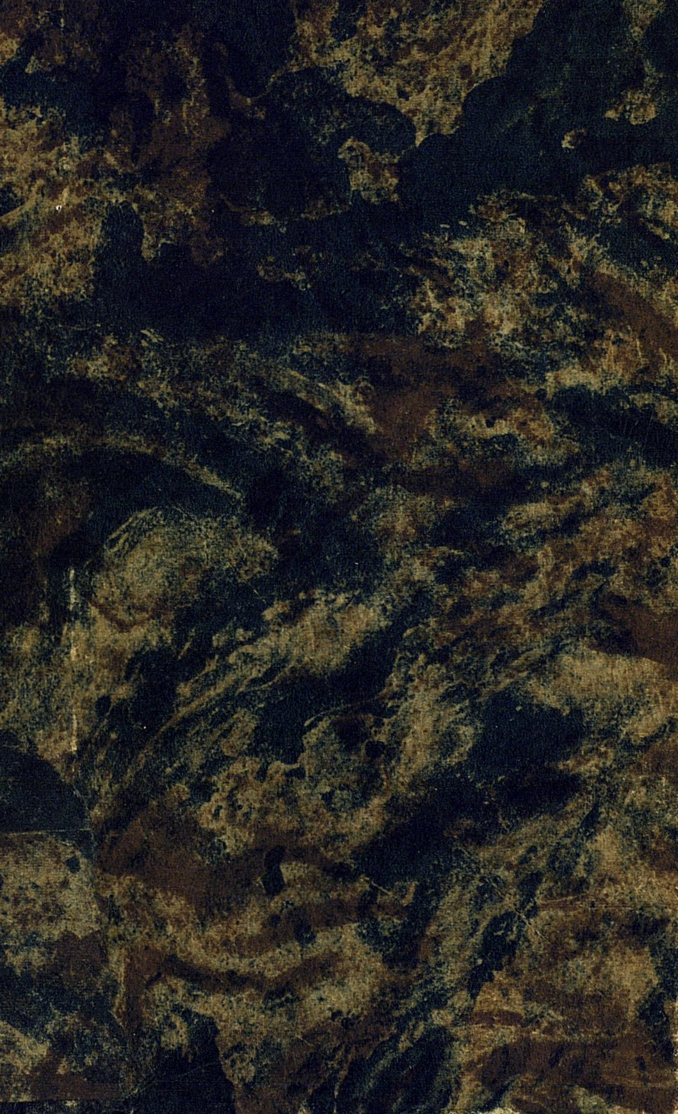
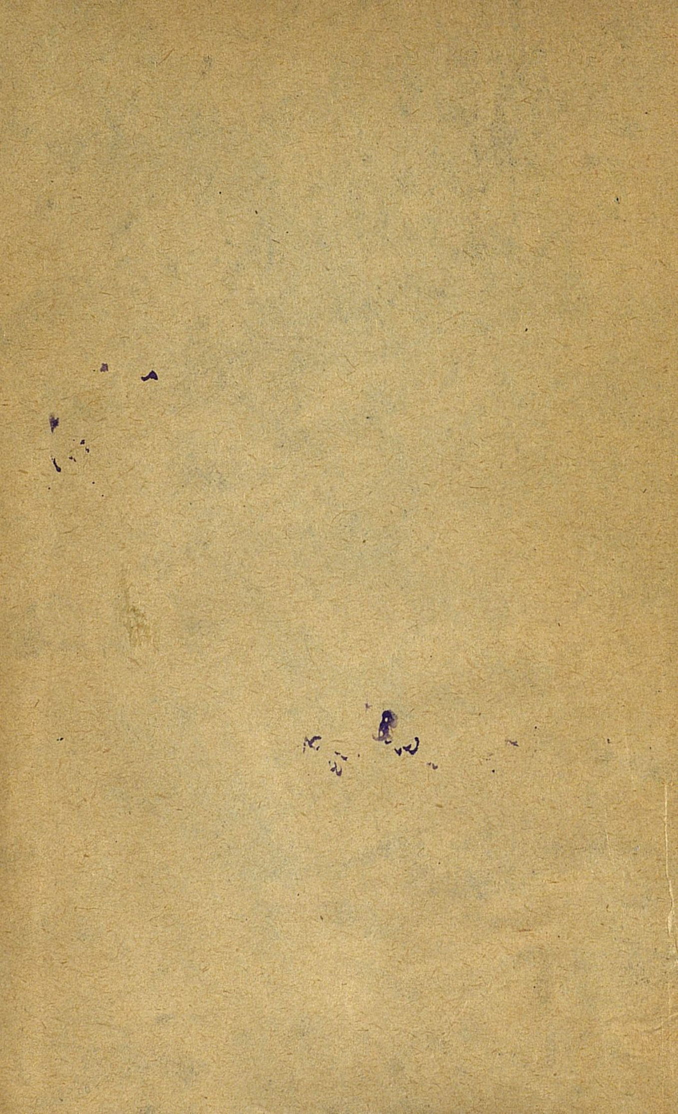
J 62/199





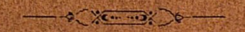


КЛЕРКЪ МАКСУЭЛЛЪ.

МАТЕРІЯ И ДВИЖЕНІЕ.

ПЕРЕВОДЪ СЪ АНГЛІЙСКАГО

М. А. Антоновича.



С.-ПЕТЕРБУРГЪ.

Изданіе Л. Ф. Пантелѣева.

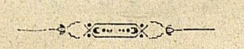
1885.

КЛЕРКЪ МАКСУЭЛЛЪ.

МАТЕРІЯ И ДВИЖЕНІЕ.

ПЕРЕВОДЪ СЪ АНГЛІЙСКАГО

М. А. АНТОНОВИЧА.



С.-ПЕТЕРБУРГЪ.

Изданіе Л. Ф. Пантелѣева.

1885.

Дозволено цензурою. С.-Петербургъ. 24 Апрѣля 1885 г.

Въ типографіи В. Безобразова и Комп. (Вас. Остр., 8 л., № 45).

ОГЛАВЛЕНІЕ.

Стран.

Глава I 1
Глава II 18
Глава III 33
Глава IV 56
Глава V 68
Глава VI 100
Глава VII 117
Глава VIII 133

ГЛАВА I.

Введеніе.

§ 1. Сущность физики.

Физика есть тотъ отдѣлъ знанія, который относится къ порядку природы или другими словами, къ правильному ходу явленій.

Однакоже названіе физики съ большимъ или меньшимъ ограниченіемъ примѣняется только къ тѣмъ отраслямъ науки, въ которыхъ разсматриваются самыя простыя и отвлеченныя явленія съ исключеніемъ болѣе сложныхъ явленій, каковы напр. явленія, наблюдаемыя въ живыхъ существахъ.

Самый простѣйшій случай есть тотъ, въ которомъ событіе или явленіе можетъ быть представлено какъ измѣненіе во взаимномъ положеніи извѣстныхъ тѣлъ. Такимъ образомъ движеніе луны можетъ быть представлено, если мы укажемъ измѣненія въ ея относительномъ положеніи къ землѣ въ томъ порядкѣ, въ какомъ они слѣдуютъ другъ за другомъ.

Въ другихъ случаяхъ мы можемъ знать, что произошла какая-то перемѣна въ расположеніи, но не въ состояніи бываемъ указать, въ чемъ состоитъ эта перемѣна.

Такъ когда замерзаетъ вода, то мы знаемъ, что молекулы или малѣйшія части вещества должны быть различно расположены во льду и въ водѣ. Мы знаемъ также, что это расположеніе во льду должно имѣть извѣстнаго рода симметрію, потому что ледъ имѣетъ форму симметрическихъ кристалловъ; но мы и до сихъ поръ не имѣемъ точнаго понятія о дѣйствительномъ расположеніи молекулъ во льду. Коль скоро въ какомъ нибудь случаѣ мы можемъ вполнѣ опредѣлить всѣ происшедшія измѣненія въ расположеніи, то въ предѣлахъ этого случая мы имѣемъ совершенное знаніе о томъ, что произошло, хотя мы можемъ и не знать еще условій, при которыхъ такое явленіе необходимо совершится всегда.

Поэтому первая часть физики имѣетъ предметомъ относительное положеніе и движеніе тѣлъ.

§ 2. Опредѣленіе матеріальной системы.

Всякое научное изслѣдованіе начинается обозначеніемъ границъ извѣстной области или предмета представляющаго поле для нашихъ изслѣдованій. Мы и должны остановить наше вниманіе исключительно на этомъ предметѣ, оставляя въ сторонѣ всю остальную вселенную, до тѣхъ поръ, пока не кончимъ изслѣдованія, которымъ мы занялись. Поэтому первый шагъ въ физикѣ состоитъ въ томъ, чтобы ясно опредѣлить матеріальную систему, которую мы взяли предметомъ для нашихъ разсужденій. Эта система можетъ имѣть всякую степень сложности. Она можетъ быть одной матеріальной частичкой, или тѣломъ конечной величины, или извѣстнымъ

числомъ такихъ тѣлъ, или даже можетъ быть такъ обширна, что обниметъ всю матеріальную вселенную.

§ 3. Опредѣленіе внутреннихъ и внѣшнихъ отношеній.

Всѣ отношенія или дѣйствія между двумя частями этой системы называются внутренними отношеніями или дѣйствіями.

Отношенія же между всею системою или какою-нибудь частью ея и тѣлами, не принадлежащими къ системѣ, называются внѣшними отношеніями или дѣйствіями. Эти послѣднія мы изучаемъ только постольку, поскольку они дѣйствуютъ на самую систему, оставляя безъ вниманія ихъ дѣйствіе на внѣшнія тѣла. Отношенія и дѣйствія между тѣлами не принадлежащими къ системѣ также оставляются безъ вниманія. Мы можемъ разсматривать эти другія тѣла только тогда, когда включимъ ихъ въ нашу систему.

§ 4. Опредѣленіе конфигураціи.

Когда матеріальная система разсматривается съ точки зрѣнія относительнаго положенія ея частей, то совокупность всѣхъ относительныхъ положеній называется конфигураціей системы.

Знаніе конфигураціи системы въ данный моментъ заключаетъ въ себѣ знаніе положенія каждой точки системы относительно каждой другой точки въ этотъ моментъ.

§ 5. Діаграмы.

Конфигурація матеріальныхъ системъ можетъ быть представлена посредствомъ моделей, пла-

новъ или діаграмъ. О модели или діаграмѣ предполагается, что она сходна съ матеріальною системой только по формѣ и нѣтъ надобности, чтобы она сходна была съ нею въ какихъ нибудь другихъ отношеніяхъ.

Планъ или карта представляетъ на бумагѣ въ двухъ измѣреніяхъ то, что въ дѣйствительности можетъ быть имѣетъ три измѣренія и можетъ быть вполнѣ представлено только посредствомъ модели. Мы будемъ употреблять терминъ діаграма для обозначенія всякой геометрической фигуры, будетъ ли она плоскою или нѣтъ, при посредствѣ которой мы изучаемъ свойства матеріальной системы. Такъ когда мы говоримъ о конфигураціи системы, то представленіе, которое образуется при этомъ въ нашемъ умѣ, есть представленіе діаграмы, которая вполнѣ представляетъ конфигурацію, но которая не имѣетъ ни одного изъ другихъ свойствъ матеріальной системы. Кромѣ діаграмъ конфигураціи есть еще діаграмы скорости, динамическаго дѣйствія и проч., которыя не выражаютъ формы системы, но при посредствѣ которыхъ можно изучать ея относительныя скорости или ея внутреннія силы.

§ 6. Матеріальная частичка.

Тѣло столь малое, что *для цѣлей нашего изслѣдованія* разстоянія между его различными частями могутъ быть пренебрежены, называется матеріальной частичкой.

Такъ въ нѣкоторыхъ астрономическихъ изслѣдованіяхъ каждая планета и даже солнце

могутъ быть разсматриваемы какъ матеріальныя частички, такъ какъ различіе въ дѣйствіяхъ различныхъ частей этихъ тѣлъ не принимается въ соображеніе. Но мы уже не можемъ разсматривать ихъ какъ матеріальныя частички, когда изслѣдуемъ ихъ вращеніе. Даже атомъ, если мы разсматриваемъ его, какъ нѣчто способное къ вращенію, долженъ быть представляемъ состоящимъ изъ многихъ матеріальныхъ частичекъ.

Діаграма матеріальной частички есть естественно математическая точка, которая не имѣетъ конфигураціи.

§ 7. Относительное положеніе двухъ матеріальныхъ частичекъ.

Діаграма двухъ матеріальныхъ частичекъ состоитъ изъ двухъ точекъ, напр. А и В.

Положеніе В относительно А показывается направленіемъ и длиною прямой линіи АВ, проведенной *отъ* А *къ* В. Если мы пойдемъ отъ А и будемъ идти по направленію указываемому линіей А В и пройдемъ разстояніе равное длинѣ этой линіи, то придемъ къ В. Это направленіе и разстояніе можетъ быть одинаково хорошо показано всякою другою линіею, какъ напр. a b, которая параллельна и равна А В. Положеніе А относительно В показывается направленіемъ и длиною линіи В А проведенной отъ В къ А или линіею b a равною и параллельною В А.

Очевидно, что В А = — А В.

Если называютъ линію по буквамъ, стоящимъ на концахъ ея, то порядокъ буквъ указываетъ порядокъ, въ какомъ нужно проводить линію.

§ 8. Векторы.

Выраженіе AB въ геометріи есть просто названіе линіи. Здѣсь же оно показываетъ дѣйствіе, посредствомъ котораго проводится линія, именно веденіе описывающей точки въ извѣстномъ направленіи и на извѣстномъ разстояніи. Линія AB въ этомъ смыслѣ, какъ показывающая дѣйствіе, называется векторомъ, и это дѣйствіе вполнѣ опредѣляется направленіемъ и разстояніемъ проведенія. Исходная точка, которая называется началомъ вектора, можетъ быть избираема произвольно.

Чтобы опредѣлить конечную прямую линію, мы должны указать ея начало, также какъ ея направленіе и длину. Напротивъ векторы, которые различаются между собою только началомъ, но которые параллельны (и проведены въ одну и ту же сторону) и имѣютъ одинаковую величину, считаются равными.

Каждая величина, какъ напр. скорость или сила, которая имѣетъ опредѣленное направленіе и опредѣленное количество, можетъ быть разсматриваема какъ векторъ и можетъ быть выражена на діаграмѣ прямою линіею, направленіе которой параллельно направленію вектора и длина которой по принятому масштабу выражаетъ величину вектора.

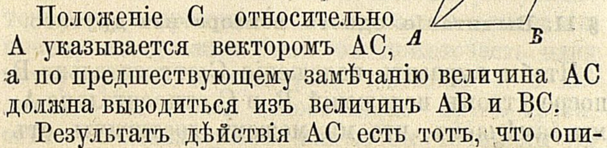
§ 9. Система трехъ частичекъ.

Разсмотримъ прежде всего систему изъ трехъ частичекъ.

Ея конфигурація выражается діаграмой изъ трехъ точекъ A, B, C.

Положенія В относительно А указывается векторомъ АВ, а положеніе С относительно В векторомъ ВС.

Ясно, что по этимъ даннымъ, когда извѣстно А, мы можемъ найти В, а затѣмъ и С, такъ что можетъ быть вполнѣ опредѣлена конфигурація трехъ точекъ.



Фиг. 1.

Положеніе С относительно А указывается векторомъ АС, а по предшествующему замѣчанію величина АС должна выводиться изъ величинъ АВ и ВС.

Результатъ дѣйствія АС есть тотъ, что описывающая точка проходитъ отъ А къ С. Но результатъ получится тотъ же самый, если описывающая точка пройдетъ сначала отъ А къ В и затѣмъ отъ В къ С; а это и есть сумма дѣйствій АВ + ВС.

§ 10 Сложеніе векторовъ.

Отсюда можетъ быть выведено слѣдующее правило для сложенія векторовъ:

Изъ какой-нибудь точки какъ начала провести векторы, какъ они слѣдуютъ другъ за другомъ, въ такомъ порядкѣ, чтобы каждый векторъ начинался тамъ, гдѣ кончается предшествующій. Прямая линія, идущая отъ начала до конца ряда векторовъ и есть векторъ, который составляетъ сумму векторовъ.

Порядокъ сложенія безразличенъ, потому что если мы вмѣсто АВ + ВС напишемъ ВС + АВ, то указанное дѣйствіе можетъ быть произведено такъ, что проводится АD параллельная и

равная BC и затѣмъ проводится DC, которая по Эвклиду I. 33 равна и параллельна AB, такъ что посредствомъ этихъ двухъ дѣйствій мы достигаемъ точки C, въ какомъ бы порядкѣ мы ни совершали ихъ.

Это же самое примѣнимо ко всякому числу векторовъ; мы можемъ брать ихъ въ какомъ угодно порядкѣ.

§ 11. Вычитаніе одного вектора изъ другаго.

Чтобы выразить положеніе C относительно B посредствомъ положеній B и C относительно A, мы замѣчаемъ, что мы можемъ достигнуть отъ B до C или по прямой линіи BC или же пройдя отъ B до A и затѣмъ отъ A до C. Отсюда

$BC = BA + AC.$

$= AC + BA$, такъ какъ порядокъ сложенія безразличенъ.

$= AC - AB$, такъ какъ AB равна и противоположна BA.

Или:

векторъ BC, который выражаетъ положеніе C относительно B, можетъ быть найденъ, если вычесть векторъ B изъ вектора C, причемъ эти векторы проводятся къ B и C изъ какого-нибудь общаго начала A.

§ 12. Начало векторовъ.

Положенія какого бы то ни было числа частичекъ принадлежащихъ матеріальной системѣ могутъ быть опредѣлены посредствомъ векторовъ, проведенныхъ къ каждой изъ этихъ частичекъ отъ одной какой-нибудь точки. Эта точ-

ка называется началомъ векторовъ или же для краткости просто началомъ (обозначается O).

Эта система векторовъ опредѣляетъ конфигурацію всей системы; потому что если мы желаемъ знать положеніе какой-нибудь точки B относительно какой-нибудь другой точки A, то оно можетъ быть найдено по векторамъ OA и OB изъ уравненія AB = OB — OA.

Мы можемъ взять за начало какую угодно точку и до времени нѣтъ никакого основанія, почему мы должны были бы предпочесть одну точку другой. Конфигурація системы, т. е. положеніе ея частей относительно другъ друга, остается одинаковымъ, какую бы точку мы ни взяли за начало. Однако многія изслѣдованія упрощаются вслѣдствіе удачнаго выбора начала.

§ 13. Относительное положеніе двухъ системъ.

Если извѣстны конфигураціи двухъ различныхъ системъ, изъ которыхъ каждая имѣетъ свое собственное начало и если мы желаемъ включить обѣ системы въ одну большую систему и напр. такъ, чтобы она имѣла тоже начало какъ первая изъ двухъ системъ, то мы должны опредѣлить положеніе начала второй системы относительно начала первой и затѣмъ должна быть возможность провести во второй системѣ линіи, параллельныя линіямъ въ первой.

Фиг. 2.

P

O

O′

Тогда по § 9 положеніе точки P второй сис-

темы относительно перваго начала O выражается суммою вектора O'P этой точки относительно втораго начала O' и вектора OO' втораго начала O' относительно перваго O.

§ 14. Три данныя для сравненія двухъ системъ.

Примѣръ подобнаго составленія большой системы изъ двухъ или болѣе меньшихъ системъ мы имѣемъ тогда, когда двѣ сосѣднія націи, изъ которыхъ каждая сдѣлала съемку и составила карту своей территоріи, соглашаются связать свои съемки, такъ чтобы обѣ страны составили одну систему. Для этой цѣли необходимы три вещи.

1. Сравненіе начала избраннаго одною страною съ началомъ избраннымъ другою.

2. Сравненіе главныхъ направленій, къ которымъ отнесены другія направленія въ обоихъ странахъ.

3. Сравненіе образцовыхъ единицъ длины, употребляемыхъ въ обоихъ странахъ.

1. Въ цивилизованныхъ странахъ широта всегда считается отъ экватора, но долгота считается отъ произвольнаго пункта, напр. отъ Гринвича или Парижа. Поэтому, чтобы согласить карту Великобританіи съ картою Франціи, мы должны опредѣлить разницу въ долготѣ между гринвичской и парижской обсерваторіями.

2. Когда съемка произведена астрономическими инструментами, тогда главныя направленія, къ которымъ отнесены всѣ другія, иногда опредѣляются магнитнымъ компасомъ. Такъ, мнѣ кажется, было сдѣлано при первоначальныхъ

съемкахъ нѣкоторыхъ изъ Вестъ-индскихъ острововъ. Результаты этой съемки, хотя они правильно представляли мѣстную конфигурацію острова, не могли быть нанесены на общую карту земли, пока не было опредѣлено уклоненіе магнита отъ истиннаго сѣвера во время съемки.

3. Для того, чтобы сравнить съемку Франціи со съемкою Великобританіи, необходимо сравнить метръ, французскую образцовую мѣру длины съ ярдомъ, который составляетъ англійскую мѣру длины.

Ярдъ опредѣленъ парламентскимъ актомъ 18 и 19 Викт. гл. 72, Іюля 30, 1855, который постановилъ: «прямая линія или разстояніе между серединами поперечныхъ линій на золотыхъ шпенькахъ въ хранящейся въ казначействѣ бронзовой полосѣ, есть подлинный образцовый ярдъ при 62° Фаренгейта и если потеряется, то долженъ быть замѣщенъ посредствомъ его копій».

Метръ введенъ въ обязательное употребленіе закономъ французской республики въ 1795. Онъ опредѣленъ, какъ разстояніе между концами платиновой линейки, сдѣланной Борда, когда эта линейка находится при температурѣ тающаго льда. Посредствомъ измѣреній капитана Кларке было найдено, что метръ равняется 39,37043 англійскимъ дюймамъ.

§ 15. Понятіе о пространствѣ.

До сихъ поръ мы говорили о многихъ вещахъ, которыя относятся къ конфигураціи матеріальной системы. Остается еще нѣсколько

пунктовъ, которые относятся къ метафизикѣ предмета и имѣютъ весьма важное значеніе для его физики.

Мы описали методъ соединенія нѣсколькихъ конфигурацій въ одну систему, которая включаетъ въ себя всѣ ихъ. Этимъ методомъ къ тому небольшому пространству, которое мы можемъ обнять, раздвинувши наши члены, мы присоединяемъ обширныя пространства, которыя мы можемъ обойти или объѣхать. Къ этимъ пространствамъ мы присоединяемъ еще тѣ, о которыхъ мы узнаемъ по разсказамъ другихъ и затѣмъ тѣ недоступныя пространства, положеніе которыхъ мы можемъ опредѣлить только посредствомъ вычисленія, пока, наконецъ, мы не узнаемъ, что каждое мѣсто имѣетъ опредѣленное положеніе относительно всякаго другаго мѣста, доступно-ли это мѣсто съ другихъ мѣстъ или нѣтъ.

Такимъ образомъ изъ измѣреній произведенныхъ на земной поверхности мы выводимъ положеніе центра земли относительно извѣстныхъ предметовъ и вычисляемъ число кубическихъ миль, составляющихъ объемъ земли, совершенно независимо отъ всякой гипотезы относительно того, что находится въ центрѣ земли или въ какомъ нибудь другомъ мѣстѣ подъ тонкимъ слоемъ земной коры, которую только мы и можемъ изслѣдовать прямо.

§ 16. Ошибка Декарта.

Изъ этого видно, что разстояніе между двумя вещами не зависитъ отъ какой нибудь находящейся между ними вещи. Декартъ же при-

знавалъ эту зависимость, когда онъ говорилъ (Princip. Phil. II. 18), что если вынуть то, что находится внутри полаго сосуда и если въ него не войдетъ ничего на мѣсто вынутаго, то стѣнки сосуда, не имѣя ничего между собою, спадутся и будутъ касаться другъ друга.

Это положеніе основывается на той догмѣ Декарта, что протяженіе въ длину, ширину и глубину составляющее пространство есть единственное существенное свойство матеріи. «Природа матеріи, говоритъ онъ, или тѣла разсматриваемаго вообще состоитъ не въ томъ, что оно твердо или тяжело или имѣетъ извѣстный цвѣтъ, но только въ томъ, что оно имѣетъ протяженіе въ длину, ширину и глубину (Princip., II. 4)». Но смѣшавши такимъ образомъ свойства матеріи со свойствами пространства, онъ пришолъ къ логическому заключенію, что если совершенно удалить матерію изъ внутренности сосуда, то внутри сосуда уже не будетъ пространства. И дѣйствительно онъ полагаетъ, что всякое пространство всегда должно быть наполнено матеріей.

Я привелъ это мнѣніе Декарта для того, чтобы показать, какую важность имѣютъ вѣрныя понятія въ элементарной динамикѣ. Самъ Декартъ ясно указалъ главное свойство матеріи въ томъ, что онъ называетъ «первымъ закономъ природы» (Princip. II. 37): «всякая отдѣльная вещь сама по себѣ (quantum in se est) сохраняетъ свое состояніе, будетъ ли оно движеніе или покой».

Когда мы будемъ говорить о Ньютоновскихъ законахъ движенія, то увидимъ, что въ словахъ

«вещь сама по себѣ», понятыхъ надлежащимъ образомъ, заключается настоящее существенное опредѣленіе матеріи и настоящая мѣра ея количества. Однако самому Декарту никогда не удалось вполнѣ уяснить себѣ свои собственныя слова (quantum in se est) и онъ по прежнему продолжалъ смѣшивать матерію съ пространствомъ, причемъ матерію онъ считалъ только формою субстанціи, а всѣ существующія вещи только видами или состояніями пространства. Эта ошибка проходитъ по всѣмъ частямъ великаго сочиненія Декарта и составляетъ одну изъ послѣднихъ основъ системы Спинозы. Я не стану слѣдить за нею до новѣйшихъ временъ, но посовѣтую всякому, кто хоть сколько нибудь занимался метафизикой, тщательно изучить ту часть его сочиненія, которая занимается физическими понятіями.

Въ интересахъ научнаго прогресса мы считаемъ болѣе цѣлесообразнымъ считать понятія времени и пространства, по крайней мѣрѣ теоретически, отдѣльными отъ понятія той матеріальной системы, состоянія которой приводятся въ соотношеніе при помощи этихъ двухъ понятій.

§ 17. Понятіе о времени.

Понятіе времени въ своей самой первоначальной формѣ вѣроятно есть не что иное, какъ знаніе порядка послѣдовательности въ состояніяхъ нашего сознанія. Еслибы моя память была совершенна, то я могъ бы всѣ событія, которыя подлежали моему опыту, помѣстить въ хронологическомъ ряду на ихъ надлежащее мѣсто.

Но для меня было бы трудно, если даже не невозможно, сравнить разстояніе между одною парою событій съ разстояніемъ между другою парою, напр. опредѣлить—то время, въ теченіи котораго я могу работать, не чувствуя утомленія, больше ли или меньше теперь чѣмъ тогда, когда я только что началъ работать. На основаніи сношеній съ другими лицами и опыта надъ естественными процессами, текущими равномѣрно или ритмически, мы приходимъ къ убѣжденію въ возможности составленія такой хронологической системы, въ которой нашли бы мѣсто всякаго рода событія, относящіяся къ намъ ли самимъ или къ другимъ. Возьмемъ какія нибудь два событія, положимъ то дѣйствительное измѣненіе въ звѣздѣ Сѣверной Короны, которое произвело свѣтовой эффектъ спектроскопически изслѣдованный Гюггинсомъ 16 мая 1866, и тотъ умственный процессъ догадки, который прежде всего побудилъ Адамса или Леверрье взяться за изслѣдованія, поведшія къ открытію планеты Нептунъ сдѣланному Галле 23 сентября 1846 г.; первое изъ нихъ должно было случиться или прежде или послѣ втораго или же одновременно съ нимъ.

Абсолютное, истинное и математическое время, по воззрѣнію Ньютона, течетъ равномѣрно, совершенно независимо отъ скорости или медленности движеній матеріальныхъ вещей. Оно также называется продолжаемостью. Относительное, кажущееся и обыкновенное время есть продолжаемость, опредѣляемая движеніемъ тѣлъ, какъ напр. при опредѣленіи дней, мѣсяцевъ и годовъ. Эти мѣры времени нужно считать толь-

ко временными, потому что прогрессъ астрономіи научилъ насъ измѣрять неравенства въ дняхъ, мѣсяцахъ и годахъ, и поэтому приводить кажущееся время къ болѣе равномѣрной мѣрѣ, называемой среднимъ солнечнымъ временемъ.

§ 18. Абсолютное пространство.

Абсолютное пространство нужно представлять неподвижнымъ и неизмѣннымъ. Распредѣленія частей пространства также нельзя измѣнить, какъ и послѣдовательности частей времени. Представлять, что части пространства двигаются съ своихъ мѣстъ, значитъ представлять, что мѣсто движется само отъ себя.

Но какъ нѣтъ ничего, чѣмъ бы можно было отличить одну часть времени отъ другой, кромѣ различныхъ событій совершающихся въ теченіи ихъ, такъ нѣтъ ничего, чѣмъ бы можно было отличить одну часть пространства отъ другой, кромѣ ихъ отношенія къ мѣсту матеріальныхъ тѣлъ. Мы можемъ опредѣлить время какого нибудь событія не иначе, какъ только относя его къ какому нибудь другому событію, и опредѣлить мѣсто тѣла не иначе, какъ только относя его къ какому нибудь другому тѣлу. Всякое наше знаніе какъ о времени, такъ и о мѣстѣ въ сущности относительно. Кто привыкъ набирать слова, не давая себѣ труда составлять мысли, которыя должны соотвѣтствовать имъ, тому легко провести контрастъ между этимъ относительнымъ знаніемъ и такъ называемымъ абсолютнымъ знаніемъ и указать на наше незнаніе абсолютнаго положенія какого нибудь пункта, какъ на доказательство ограниченности

нашихъ способностей. Но всякій, кто пытался представить себѣ состояніе ума воображающаго, что онъ знаетъ абсолютное положеніе какой нибудь точки, всегда будетъ довольствоваться нашимъ относительнымъ знаніемъ.

§ 19. Установленіе общаго принципа физики.

Есть одно часто приводимое положеніе, которое состоитъ въ слѣдующемъ: «одни и тѣже причины всегда производятъ одни и тѣже дѣйствія».

Чтобы сдѣлать понятнымъ это положеніе, мы должны опредѣлить, что мы понимаемъ подъ одними и тѣми же причинами и дѣйствіями; такъ какъ очевидно, что всякое событіе можетъ совершиться не болѣе одного раза, такъ что причины и дѣйствія не могутъ быть одинаковыми *во всѣхъ* отношеніяхъ. Собственно мы разумѣемъ при этомъ, что если причины отличаются одна отъ другой только по абсолютному времени или по абсолютному мѣсту, въ которыя совершается событіе, то тоже различіе будетъ и между дѣйствіями.

Слѣдующее положеніе, равнозначное съ приведеннымъ положеніемъ, кажется болѣе опредѣленнымъ, болѣе ясно связаннымъ съ понятіями пространства и времени и болѣе примѣнимымъ къ частнымъ случаямъ:

«Различіе между двумя событіями зависитъ не отъ различія въ мѣстѣ и времени, въ которыя они совершаются, но только отъ различія въ природѣ, конфигураціи или движеніи подлежащихъ тѣлъ».

Изъ этого слѣдуетъ, что если событіе случи-

лось въ данное время и въ данномъ мѣстѣ, то совершенно такое же событіе можетъ случиться въ другое время и въ другомъ мѣстѣ.

Есть еще другой принципъ, котораго не должно смѣшивать съ приведеннымъ въ началѣ настоящаго параграфа и который гласитъ: «подобныя причины производятъ подобныя дѣйствія».

Это вѣрно только тогда, когда небольшія измѣненія въ начальныхъ обстоятельствахъ производятъ только небольшія измѣненія въ конечномъ состояніи системы. Это условіе исполняется въ большомъ числѣ физическихъ явленій; но есть другіе случаи, въ которыхъ небольшое начальное измѣненіе можетъ произвести весьма большую перемѣну въ конечномъ состояніи системы, какъ напр. когда небольшой сдвигъ стрѣлки заставляетъ одинъ желѣзнодорожный поѣздъ наѣхать на другой, вмѣсто того чтобы идти своимъ путемъ.

ГЛАВА II.

О движеніи.

§ 20 Опредѣленіе перемѣщенія.

Мы уже сравнивали положенія различныхъ точекъ системы въ одинъ и тотъ же моментъ времени. Намъ теперь предстоитъ сравнивать положеніе точки въ данный моментъ съ ея положеніемъ въ прежній моментъ называемый эпохой.

Векторъ, который показываетъ конечное положеніе точки относительно ея положенія въ эпоху, называется перемѣщеніемъ этой точки. Такъ если A_1 есть начальное, A_2 конечное положеніе точки A, то линія $A_1 A_2$ есть перемѣщеніе A и всякій векторъ *oa*, проведенный отъ начала *o*, параллельный и равный $A_1 A_2$ показываетъ это перемѣщеніе.

§ 21. Діаграма перемѣщенія.

Если другая точка системы перемѣщается отъ B_1 къ B_2, то векторъ *ob*, параллельный и равный $B_1 B_2$ показываетъ перемѣщеніе B.

Подобнымъ же образомъ перемѣщеніе какого угодно числа точекъ можетъ быть представлено посредствомъ векторовъ проведенныхъ изъ одного и того же начала *o*. Эта система векторовъ называется діаграмою перемѣщенія. Нѣтъ надобности на самомъ дѣлѣ проводить линіи, чтобы представить эти векторы; достаточно обозначить точки *a*, *b* и проч. на концахъ векторовъ. Такимъ образомъ діаграму перемѣщенія можно представить себѣ состоящею изъ числа точекъ *a*, *b* и проч., соотвѣтствующихъ матеріальнымъ частичкамъ A. B и проч., принадлежащимъ системѣ, и изъ точки *o*, положеніе которой произвольно и которая есть принимаемое начало всѣхъ векторовъ.

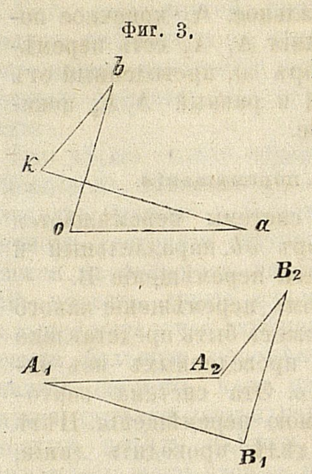
§ 22. Относительное перемѣщеніе.

Линія *ab* въ діаграмѣ перемѣщенія представляетъ перемѣщеніе точки B относительно A.

Потому что если въ чертежѣ перемѣщенія (фиг. 3) мы проведемъ *ak* параллельную и рав-

ную $B_1 A_1$ и въ томъ же направленіи, и соединимъ *k* съ *b* линіею *kb*, то легко доказать, что *kb* равна и параллельна $A_2 B_2$.

Фиг. 3.



Потому что векторъ *kb* есть сумма векторовъ *ka*, *ao* и *ob*, а $A_2 B_2$ есть сумма $A_2 A_1$, $A_1 B_1$ и $B_1 B_2$. Но изъ нихъ *ka* тоже самое что $A_1 B_1$, *ao* тоже самое что $A_2 A_1$ и *ob* тоже самое что $B_1 B_2$ и по § 10 порядокъ сложенія безразличенъ, такъ что векторъ *kb* по направленію и величинѣ тоже самое что $A_2 B_2$. Затѣмъ *ka* или $A_1 B_1$ представляютъ первоначальное положеніе В относительно А, а *kb* или $A_2 B_2$ представляютъ конечное положеніе В относительно А. Поэтому *ab* представляетъ перемѣщеніе В относительно А,—что и требовалось доказать.

Въ § 20 мы съ намѣреніемъ не сказали, представляютъ ли то начало, къ которому отнесена была первоначальная конфигурація, и то, къ которому отнесена конечная конфигурація, непремѣнно одну и туже точку, или же во время перемѣщенія системы также перемѣщается и начало.

Мы можемъ теперь съ цѣлью разъясненія предположить, что начало абсолютно неподвижно и что перемѣщенія выражаемыя *oa*, *ob* суть

абсолютныя перемѣщенія. Чтобы перейти отъ этого случая къ тому, въ которомъ также перемѣщается и начало, намъ нужно только взять за начало А, одну изъ движущихся точекъ. Такъ какъ абсолютное перемѣщеніе А выражается *оа*, то перемѣщеніе В относительно А выражается, какъ мы видѣли, *ab*, и т. д. для каждой точки системы.

Расположеніе точекъ *a*, *b* и пр. въ діаграмѣ перемѣщенія остается поэтому одинаковымъ, будемъ ли мы относить перемѣщенія къ неподвижной или къ перемѣщающейся точкѣ; единственное различіе состоитъ въ томъ, что мы беремъ другое начало для векторовъ въ діаграмѣ перемѣщеній, причемъ принимается за правило, что какую бы точку мы ни взяли за начало діаграмы конфигураціи, неподвижную или движущуюся, мы должны брать соотвѣтствующую точку и за начало въ діаграмѣ перемѣщенія. Если мы желаемъ выразить тотъ фактъ, что мы совершенно ничего не знаемъ объ абсолютномъ перемѣщеніи въ пространствѣ какой-нибудь точки системы, то можемъ это сдѣлать такъ, что построимъ діаграму перемѣщенія просто какъ систему точекъ, не указывая такимъ образомъ, какую изъ нихъ мы беремъ за начало.

Такая діаграма перемѣщенія (безъ начала) выразитъ ни болѣе, ни менѣе какъ все то, что мы вообще можемъ знать о перемѣщеніи системы. Она состоитъ просто изъ нѣсколькихъ точекъ *a*, *b*, *c* и т. д., которыя соотвѣтствуютъ точкамъ А, В, С матеріальной системы, и векторъ какъ напр., *ab* выражаетъ перемѣщеніе В относительно А.

§ 23. Равномѣрное *) перемѣщеніе.

Когда перемѣщенія всѣхъ точекъ матеріальной системы относительно внѣшней точки одинаковы по направленію и величинѣ, то чертежъ перемѣщенія сводится къ двумъ точкамъ, одной соотвѣтствующей внѣшней точкѣ и другой соотвѣтствующей каждой точкѣ перемѣстившейся системы. Въ этомъ случаѣ точки системы не перемѣщаются одна относительно другой, но только относительно внѣшней точки.

Такой родъ перемѣщенія бываетъ тогда, когда тѣло, не измѣняя своей формы, движется параллельно само себѣ. Онъ можетъ быть названъ равномѣрнымъ перемѣщеніемъ.

§ 24. О движеніи.

Когда измѣненіе конфигураціи системы разсматривается только относительно ея состоянія въ началѣ и въ концѣ процесса измѣненія безъ отношенія ко времени, въ теченіи котораго происходитъ это измѣненіе, то оно называется перемѣщеніемъ системы.

Если же мы обращаемъ вниманіе на самый процессъ измѣненія, какъ на нѣчто совершающееся въ извѣстное время и непрерывнымъ образомъ, то мы измѣненіе конфигураціи приписываемъ движенію системы.

---

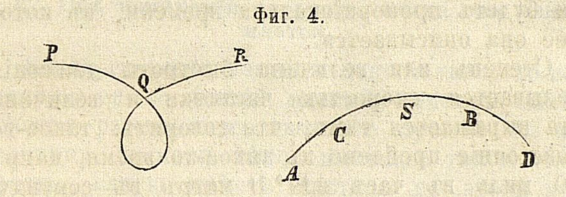
*) Если равновременныя величины количества для различныхъ тѣлъ или мѣстъ равны между собою, то говорятъ, что количество *равномѣрно* распредѣлено въ пространствѣ.

§ 25. О непрерывности движенія.

Когда матеріальная частичка перемѣщается такъ, что переходитъ изъ одного положенія въ другое, то она можетъ это сдѣлать только такъ, что идетъ вдоль какой нибудь линіи или пути изъ одного положенія въ другое.

Въ каждый моментъ во время движенія частичка будетъ находиться въ какой нибудь од-

Фиг. 4.



ной точкѣ пути, и если мы отмѣтимъ какую нибудь точку пути, то частичка пройдетъ эту точку по крайней мѣрѣ одинъ разъ *) во время своего движенія.

Это и разумѣется, когда говорится, что частичка описываетъ непрерывный путь. Движеніе матеріальной частички, которое имѣетъ непрерывное теченіе во времени и пространствѣ, есть типъ и образецъ всякой формы непрерывности.

---

*) Если путь самъ пересѣкаетъ себя, такъ что образуетъ петлю, какъ напр., P, Q, R (фиг. 4), то частичка пройдетъ точку пересѣченія Q два раза, и если частичка возвращается назадъ тѣмъ же своимъ путемъ, какъ напр., путемъ ABCD, то можетъ пройти одну и туже точку S три раза и болѣе.

§ 26. О постоянной *) скорости.

Если движеніе частички таково, что въ равные промежутки времени, какъ бы они ни были малы, перемѣщенія частички равны и совершаются въ одинаковомъ направленіи, то говорится, что частичка движется съ постоянною скоростью.

Ясно, что въ этомъ случаѣ путь тѣла будетъ прямая линія и длина всякой части пути будетъ пропорціональна времени, въ которое она описывается.

Степень или величина быстроты движенія называется скоростью частички и величина эта выражается тѣмъ, что говорятъ: такое-то разстояніе пройдено въ такое-то время, напр., 10 миль въ часъ или 1 метръ въ секунду. Обыкновенно выбираютъ единицу для времени, положимъ секунду, и измѣряютъ скорость разстояніемъ, пройденнымъ въ эту единицу времени.

Если метръ проходится въ одну секунду и скорость постоянна, то тысячная или милліонная метра будетъ пройдена въ одну тысячную или милліонную долю секунды. Поэтому, если мы можемъ наблюдать или вычислить перемѣщеніе въ теченіи какого-нибудь промежутка времени, какъ бы онъ ни былъ коротокъ, то можемъ вывести изъ этого разстояніе, которое было бы пройдено въ болѣе продолжительное время съ тою же скоростью. Но этотъ резуль-

---

*) Когда послѣдовательныя величины количества для слѣдующихъ одно за другимъ мгновеній времени равны, то количество называется *постояннымъ*.

татъ, дающій намъ возможность выразить скорость въ теченіи короткаго промежутка времени, не говоритъ однако того, что тѣло дѣйствительно продолжало двигаться съ такою же быстротою въ теченіи болѣе продолжительнаго времени. Такъ мы можемъ знать, что тѣло движется съ быстротою десяти миль въ часъ, хотя его движеніе съ этою быстротою могло продолжаться только одну сотую секунды.

27. Объ измѣреніи скорости, когда она измѣняется.

Когда скорость частицы непостоянна, то величина ея во всякій данный моментъ измѣряется разстояніемъ, которое прошло бы въ единицу времени тѣло, имѣющее такую скорость, какую имѣетъ частица въ этотъ моментъ.

Такъ, напр., когда мы говоримъ, что въ данное мгновеніе, положимъ черезъ одну секунду послѣ того, какъ тѣло начало падать, его скорость составляетъ 980 центиметровъ въ секунду, то разумѣемъ при этомъ, что если бы скорость частички была постоянна и равна скорости падающаго тѣла въ данное мгновеніе, то она проходила бы 980 центиметровъ въ секунду.

Весьма важно понимать то, что разумѣется подъ скоростію или степенью быстроты движенія тѣла, потому что понятія, которыя возникаютъ въ нашемъ умѣ при разсмотрѣніи движенія, суть тѣ самыя, которыми воспользовался Ньютонъ въ своемъ методѣ флюксій, fluxions *),

---

*) По методу fluxions, когда величина одного количества зависитъ отъ величины другаго, то быстрота из-

и они послужили основаніемъ для того обширнаго расширенія точной науки, которое совершилось въ новѣйшее время.

§ 28. Діаграма скоростей.

Если скорость каждаго изъ тѣлъ въ системѣ постоянна и если мы сравнимъ конфигураціи системы въ началѣ и въ концѣ какой-нибудь единицы времени, то перемѣщенія, происшедшія въ тѣлахъ съ постоянною скоростью въ единицу времени, будутъ представлять эти скорости согласно методу измѣренія, описанному въ § 26.

Если же скорости на самомъ дѣлѣ непостоянны въ единицу времени, тогда мы должны вообразить другую систему, которая состоитъ изъ такого же числа тѣлъ и въ которой скорости такія же, какъ скорости соотвѣтствующихъ тѣлъ первой системы въ данное мгновеніе, но только остаются постоянными въ теченіи единицы времени. Перемѣщенія этой воображаемой системы и представляютъ скорости дѣйствительной системы въ данное мгновеніе.

Другой способъ полученія діаграмы скоростей системы въ данное мгновеніе состоитъ въ томъ, что берутъ небольшой промежутокъ времени, положимъ n-ую часть единицы времени, и такимъ образомъ, чтобы середина этого проме-

---

мѣненія перваго количества относительно втораго можетъ быть выражена какъ скорость, если вообразить себѣ, что первое количество представляетъ перемѣщеніе частички, между тѣмъ, какъ второе принимается равномѣрно текущимъ съ временемъ.

жутка соотвѣтствовала данному мгновенію. Затѣмъ дѣлаютъ діаграму перемѣщеній соотвѣтствующихъ этому промежутку и увеличиваютъ всѣ его размѣры въ n разъ. Въ результатѣ получается діаграма *среднихъ* скоростей системы въ теченіи промежутка. Если мы теперь предположимъ, что число n увеличивается безгранично, то и промежутокъ будетъ уменьшаться безгранично и среднія скорости будутъ безгранично приближаться къ дѣйствительнымъ скоростямъ въ данное мгновеніе. Наконецъ, когда n сдѣлается безконечнымъ, тогда діаграма будетъ представлять скорости въ данное мгновеніе вполнѣ точно.

§ 29. Свойства діаграмы скоростей.

Діаграма скоростей системы, содержащей въ себѣ нѣсколько матеріальныхъ частицъ, со-

Фиг. 5.

B
A
C D

b
a
c
o d

стоитъ изъ числа точекъ, изъ которыхъ каждая соотвѣтствуетъ одной изъ частичекъ.

Скорость какой-нибудь частички B (фиг. 5)

относительно какой-нибудь другой частички A выражается по величинѣ и направленію линіею *ab* въ діаграмѣ скоростей, проведенною отъ точки *a* соотвѣтствующей A до точки *b* соотвѣтствующей B.

Мы можемъ такимъ образомъ посредствомъ діаграмы найти относительную скорость всякихъ двухъ частичекъ. Діаграма не говоритъ намъ ничего объ абсолютной скорости какой-нибудь частички; она выражаетъ именно то, что мы вообще можемъ знать о движеніи и ничего болѣе. Если мы вообразимъ себѣ, что *o* представляетъ абсолютную скорость A, тогда абсолютная скорость какой-нибудь другой частички B будетъ выражаться векторомъ *ob*, проведеннымъ отъ *o* какъ начала къ точкѣ *b*, которая соотвѣтствуетъ B.

Но такъ какъ невозможно опредѣлить положеніе тѣла иначе, какъ только относительно положенія какой-нибудь другой точки принятой за мѣру отношенія, то и невозможно опредѣлить скорость тѣла иначе, какъ только относительно скорости этой точки принятой за мѣру отношенія. Фраза «абсолютная скорость» имѣетъ также мало смысла, какъ и абсолютное положеніе. Поэтому лучше не брать никакой точки въ діаграмѣ скорости какъ начало, но смотрѣть на діаграму только какъ на выраженіе отношеній всѣхъ скоростей безъ опредѣленія абсолютной величины одной какой-нибудь изъ нихъ.

§ 30. Значеніе выраженія «въ покоѣ».

Когда мы говоримъ, что тѣло находится въ покоѣ, то въ нашихъ словахъ, повидимому, ут-

верждается нѣчто объ этомъ тѣлѣ разсматриваемомъ само въ себѣ и мы можемъ думать, что скорость другаго тѣла, отнесенная къ скорости тѣла, находящагося въ покоѣ, есть его истинная и единственная абсолютная скорость. Но въ общеупотребительномъ языкѣ фраза «въ покоѣ» имѣетъ то значеніе, что тѣло «не имѣетъ скорости относительно того, на чемъ оно стоитъ», какъ напр., относительно поверхности земли или палубы корабля. Болѣе она ничего не можетъ значить.

Поэтому вовсе ненаучно дѣлать различіе между движеніемъ и покоемъ какъ между двумя различными состояніями тѣла самого по себѣ, потому что нельзя говорить о томъ, что тѣло находится въ покоѣ или въ движеніи иначе какъ только относительно какого-нибудь другаго тѣла.

§ 31. Объ измѣненіи скорости.

Какъ мы сравнивали скорости различныхъ тѣлъ въ одно и тоже время, такъ мы можемъ сравнивать относительную скорость одного тѣла относительно другаго въ различныя времена.

Если a_1, b_1, c_1 (фиг. 6) есть діаграма скоростей системы тѣлъ A, B, C въ ея начальномъ состояніи, и a_2, b_2, c_2 діаграма скоростей въ конечномъ состояніи системы, затѣмъ если мы примемъ какую-нибудь точку ω какъ начало и проведемъ $\omega\alpha$ равную и параллельную a_1 a_2, $\omega\beta$ равную и параллельную b_1, b_2, $\omega\gamma$ равную и параллельную c_1 c_2 и т. д., то мы составимъ чертежъ точекъ α, β, γ и т. д., такъ что ли-

нія $\alpha\beta$ въ діаграмѣ представитъ по направленію и величинѣ измѣненіе скорости B относи-

Фиг. 6.

тельно A. Этотъ чертежъ можетъ быть названъ діаграмою всѣхъ ускореній.

§ 32. Ускореніе.

Слово ускореніе употребляется здѣсь для обозначенія всякаго измѣненія въ скорости, будетъ ли это увеличеніе ея, уменьшеніе или измѣненіе направленія. Поэтому вмѣсто того, чтобы дѣлать различіе, какъ дѣлается въ общеупотребительномъ языкѣ, между ускореніемъ, замедленіемъ и уклоненіемъ движенія тѣла, мы просто говоримъ, что ускореніе можетъ совершиться въ направленіи движенія, въ противоположномъ направленіи или перпендикулярно къ этому направленію.

Подобно тому, какъ перемѣщеніе системы

опредѣляется какъ измѣненіе конфигураціи системы, и все ускореніе системы опредѣляется какъ измѣненіе скоростей системы. Процессъ построенія діаграмы всѣхъ ускореній посредствомъ сравненія начальной и конечной діаграмы скоростей тотъ же самый, какъ и при построеніи діаграмы перемѣщеній посредсвомъ начальной и конечной діаграмы конфигураціи.

§ 33. Быстрота ускоренія.

До сихъ поръ мы разсматривали все ускореніе, которое происходитъ въ теченіи извѣстнаго промежутка времени. Если быстрота ускоренія постоянна, то она измѣряется всѣмъ ускореніемъ въ единицу времени. Если же быстрота ускоренія измѣняется, то величина ея въ данное мгновеніе измѣряется всѣмъ ускореніемъ въ единицу времени точки, ускореніе которой постоянно и равно ускоренію данной частички въ данный моментъ.

Изъ этого опредѣленія видно, что методъ выведенія быстроты ускоренія изъ всего ускоренія въ данное время совершенно сходенъ съ методомъ, посредствомъ котораго скорость въ данное мгновеніе выводится изъ перемѣщенія въ данное время.

Діаграма всѣхъ ускореній, построенная для промежутка равнаго n-ой части единицы времени и затѣмъ увеличенная въ n разъ, есть чертежъ среднихъ быстротъ ускоренія въ теченіи этого промежутка и принимая промежутокъ меньше и меньше, мы наконецъ получаемъ дѣйстви-

тельную быстроту ускоренія въ моментъ, соотвѣтствующій серединѣ этого промежутка.

Такъ какъ быстрота ускоренія разсматривается въ физикѣ гораздо чаще, чѣмъ все ускореніе, то слово ускореніе стало употребляться въ томъ значеніи, для выраженія котораго мы до сихъ поръ употребляли слова быстрота ускоренія.

Поэтому, когда мы дальше будемъ употреблять слово ускореніе безъ объясненія, то его слѣдуетъ разумѣть въ томъ смыслѣ, который до сихъ поръ мы выражали словами быстрота ускоренія.

§ 34. Діаграма ускореній.

Діаграма ускореній есть система точекъ, изъ которыхъ каждая соотвѣтствуетъ одному изъ тѣлъ матеріальной системы, такъ что каждая линія $\alpha\beta$ въ чертежѣ представляетъ быстроту ускоренія тѣла B относительно A.

Здѣсь слѣдуетъ замѣтить, что въ діаграмѣ конфигураціи мы употребляемъ прописныя буквы A, B, C и т. д. для обозначенія взаимнаго положенія тѣлъ въ системѣ; въ діаграмѣ скоростей мы употребляемъ строчныя буквы a, b, c и т. д. для обозначенія относительныхъ скоростей этихъ тѣлъ; а въ діаграмѣ ускореній мы употребляемъ греческія буквы α, β, γ и т. д. для обозначенія ихъ относительныхъ ускореній.

§ 35. Ускореніе понятіе относительное.

Ускореніе, подобно положенію и скорости, есть понятіе относительное и не можетъ быть истолковано въ абсолютномъ смыслѣ.

Если бы каждая частичка матеріальной вселенной, доступная нашимъ средствамъ наблюденія, въ данное мгновеніе измѣнила свою скорость, такъ что явилась бы новая скорость одинаковая по величинѣ и направленію для каждой такой частицы, то всѣ относительныя движенія тѣлъ внутри системы продолжались бы совершенно непрерывно и ни астрономы, ни физики при помощи всѣхъ своихъ инструментовъ не были бы въ состояніи узнать, что произошло какое нибудь измѣненіе.

Только тогда, когда совершается измѣненіе движенія въ разныхъ тѣлахъ системы различнымъ образомъ, происходитъ явленіе доступное наблюденію.

ГЛАВА III.

О силѣ.

§ 36. Кинематика и кинетика.

До сихъ поръ мы разсматривали движеніе системы въ чисто геометрическомъ смыслѣ. Мы показали, какимъ образомъ изучаются и описываются движенія подобной системы, какова бы она ни была, не обращая вниманія ни на какія условія движенія, которыя вытекаютъ изъ взаимнаго дѣйствія тѣлъ другъ на друга.

Теорія движенія, развиваемая такимъ способомъ, называется кинематикой. Когда же принимается во вниманіе взаимное дѣйствіе между тѣлами, то наука движенія называется кинетикой, и если обращается особенное вниманіе на

силу, какъ на причину движенія, то она называется динамикой.

§ 37. Взаимное дѣйствіе между двумя тѣлами.— Динамическое дѣйствіе (stress).

Взаимное дѣйствіе между двумя частями матеріи получаетъ различныя названія, смотря по точкѣ зрѣнія, съ которой мы изучаемъ ихъ, и эта точка зрѣнія зависитъ отъ объема матеріальной системы, составляющей предметъ нашего изслѣдованія.

Если мы принимаемъ во вниманіе все явленіе дѣйствія между двумя частями матеріи, то называемъ его динамическимъ дѣйствіемъ (stress). Это динамическое дѣйствіе, смотря по способу своего воздѣйствія, называется притяженіемъ, отталкиваніемъ, натяженіемъ, давленіемъ, разрываніемъ, крученіемъ и т. д.

§ 38. Внѣшняя сила.

Но если, какъ въ § 2, мы останавливаемъ наше вниманіе на одной изъ частей матеріи, то намъ представляется какъ будто только одна сторона дѣйствія, именно та, которая дѣйствуетъ на часть матеріи, подлежащую нашему разсмотрѣнію, и съ этой точки зрѣнія мы называемъ явленіе относительно его дѣйствія внѣшней силой, дѣйствующей на эту часть матеріи, а относительно его причины называемъ его дѣйствіемъ другой части матеріи. Динамическое дѣйствіе, разсматриваемое съ противоположной точки зрѣнія, называется реакціей (противодѣйствіемъ) на другую часть матеріи.

§ 39. Различные виды одного и того же явленія.

Въ коммерческихъ дѣлахъ одна и та же сдѣлка между двумя сторонами называется покупкой, когда мы обращаемъ вниманіе на одну сторону, продажей, когда мы обращаемъ вниманіе на другую сторону, и торговлей, когда мы имѣемъ въ виду обѣ стороны.

Бухгалтеръ, который разбираетъ записи по этой сдѣлкѣ, находитъ, что обѣ стороны внесли ихъ на противоположныя страницы своихъ дѣловыхъ книгъ и при сравненіи книгъ онъ въ каждомъ случаѣ долженъ имѣть въ виду, въ чьемъ интересѣ ведена каждая книга.

На подобномъ же основаніи и при динамическихъ изслѣдованіяхъ мы постоянно должны помнить, какимъ изъ двухъ тѣлъ мы занимаемся, для того чтобы намъ обсуждать силы въ интересѣ нашего тѣла и не записать какихъ нибудь силъ не на надлежащей сторонѣ счета.

§ 40. Ньютоновы законы движенія.

Внѣшняя или извнѣ дѣйствующая сила, разсматриваемая относительно ея дѣйствія, именно измѣненія движеній тѣлъ, вполнѣ опредѣляется и характеризуется въ трехъ Ньютоновскихъ законахъ движенія.

Первый законъ говоритъ намъ, при какихъ условіяхъ не бываетъ никакой внѣшней силы.

Второй показываетъ намъ, какимъ образомъ измѣряется сила, когда она существуетъ.

Третій сравниваетъ два вида дѣйствія между двумя тѣлами, смотря потому, разсматривается ли дѣйствующимъ одно тѣло или другое.

§ 41. Первый законъ движенія.

Законъ I. *Всякое тѣло остается въ состояніи покоя или движенія равномѣрнаго и прямолинейнаго, до тѣхъ поръ пока внѣшнія силы не заставятъ его измѣнить это состояніе.*

Экспериментальное доказательство истины этого закона состоитъ въ томъ, что въ каждомъ случаѣ, когда мы встрѣчаемъ измѣненіе въ состояніи движенія тѣла, мы можемъ объяснить это измѣненіе какимъ нибудь дѣйствіемъ между этимъ тѣломъ и другимъ, т. е. внѣшней силой. Существованіе этого дѣйствія обнаруживается его вліяніемъ на другое тѣло, если движеніе этого тѣла можетъ быть наблюдаемо. Такъ, напр. движеніе пушечнаго ядра замедляется; но это происходитъ отъ дѣйствія между ядромъ и окружающимъ воздухомъ. Вслѣдствіе этого ядро испытываетъ дѣйствіе силы по направленію противоположному его относительному движенію, въ то время какъ воздухъ, толкаемый впередъ равною силою, самъ приходитъ въ движеніе и производитъ то, что называется вѣтромъ отъ ядра.

Но наше убѣжденіе въ справедливости этого закона сильно подкрѣпляется разсмотрѣніемъ того, что повлекло бы за собою отрицаніе его. Представимъ себѣ тѣло находящееся въ движеніи. Въ данный моментъ оно предоставлено самому себѣ и на него не дѣйствуетъ никакая сила. Что же произойдетъ? По закону Ньютона тѣло будетъ двигаться равномѣрно по прямой линіи, т. е. скорость его будетъ оставаться постоянною какъ по направленію, такъ и по величинѣ.

Но теперь предположимъ, что скорость не остается постоянною, а измѣняется. Измѣненіе скорости, какъ мы видѣли въ § 31, должно имѣть опредѣленное направленіе и величину. По принципу § 19 это измѣненіе должно быть одно и тоже, каково бы ни было время или мѣсто наблюденія. Поэтому направленіе измѣненія движенія должно опредѣлиться или направленіемъ самаго движенія или какимъ-нибудь постояннымъ въ самомъ тѣлѣ направленіемъ.

Для перваго изъ этихъ двухъ случаевъ предположимъ, что законъ состоитъ въ томъ, что скорость уменьшается въ какой-нибудь степени, которую мы въ пользу возраженія примемъ столь слабою, что никакіе опыты надъ движущимися тѣлами не могли бы открыть уменьшенія скорости даже въ теченіи столѣтій. Скорость, предполагаемая этимъ гипотетическимъ закономъ, можетъ быть только скоростью по отношенію къ какой-нибудь точкѣ, находящейся въ абсолютномъ покоѣ. Потому что если бы это была относительная скорость, то ея направленіе, также какъ и величина, зависѣли бы отъ скорости той точки, къ которой она отнесена.

Если же тѣло, отнесенное къ извѣстной точкѣ, представляется движущимся къ сѣверу съ уменьшающеся скоростью, то намъ стоитъ только отнести его къ другой точкѣ, которая сама движется къ сѣверу съ равномѣрною скоростью, которая однако больше чѣмъ скорость тѣла и тогда сейчасъ же покажется, будто тѣло движется къ югу съ постоянно возрастающей скоростью.

Поэтому гипотетическій законъ не имѣетъ опредѣленнаго значенія и могъ бы имѣть его только тогда, если бы была возможность опредѣлить абсолютный покой и абсолютную скорость.

Но даже если мы и допустимъ такую возможность и если даже этотъ гипотетическій законъ окажется вѣрнымъ, то его все-таки нельзя будетъ считать противорѣчащимъ закону Ньютона, но только доказательствомъ сопротивленія какой-нибудь среды въ пространствѣ.

Возьмемъ теперь второй случай. Предположимъ, что законъ состоитъ въ томъ, что тѣло, на которое не дѣйствуетъ никакая сила, тотчасъ же перестаетъ двигаться. Но это не только опровергается опытомъ, но требуетъ еще опредѣленія абсолютнаго покоя какъ такого состоянія, въ которое приходитъ тѣло, какъ скоро оно освобождается отъ дѣйствія внѣшнихъ силъ.

Такимъ образомъ можно показать, что отрицаніе Ньютонова закона находится въ противорѣчіи съ единственнымъ раціональнымъ ученіемъ о пространствѣ и времени, какое только могъ выработать человѣческій умъ.

§ 42. Равновѣсіе силъ.

Если тѣло движется съ постоянною скоростью по прямой линіи, то внѣшнія силы, если они есть, дѣйствующія на него, взаимно уравновѣшиваютъ другъ друга или находятся въ равновѣсіи.

Такъ, напр., если вагонъ движется въ поѣздѣ по желѣзной дорогѣ съ постоянною ско-

ростью и по прямой линіи, то внѣшнія силы дѣйствующія на него, какъ-то тяга предшествующаго вагона тянущаго его впередъ, тяга слѣдующаго за нимъ вагона, треніе о рельсы, сопротивленіе воздуха дѣйствующее назадъ, тяжесть вагона, дѣйствующая внизъ, и противоположное давленіе рельсовъ дѣйствующее вверхъ, должны вполнѣ уравновѣшивать одна другую.

Тѣла, которыя находятся въ покоѣ относительно земной поверхности, въ дѣйствительности находятся въ движеніи, и ихъ движеніе не постоянно и не прямолинейно. Поэтому силы, дѣйствующія на нихъ, не совершенно уравновѣшены. Кажущійся вѣсъ тѣлъ опредѣляется дѣйствующею вверхъ силой нужной для того, чтобы держать ихъ въ покоѣ относительно земли. Поэтому кажущійся вѣсъ тѣла скорѣе меньше чѣмъ притяженіе земли и составляетъ меньшій уголъ съ осью земли, чѣмъ это притяженіе, такъ что соединенное дѣйствіе этой приподымающей тѣло силы и силы земнаго притяженія на тѣло есть сила перпендикулярная къ земной оси, какъ разъ достаточная для того, чтобы держать тѣло на томъ круговомъ пути, который оно должно описывать, чтобы остаться на землѣ въ покоѣ.

§ 43. Опредѣленіе равныхъ временъ.

Первый законъ движенія показывающій, при какихъ обстоятельствахъ скорость движущагося тѣла остается постоянною, даетъ намъ методъ для опредѣленія равныхъ промежутковъ времени. Положимъ матеріальная система состоитъ изъ двухъ тѣлъ, которыя не дѣйствуютъ другъ

на друга и на которыя не дѣйствуетъ ни одно тѣло внѣшнее относительно системы. Если одно изъ этихъ тѣлъ находится въ движеніи относительно другаго, то относительная скорость по первому закону движенія будетъ постоянною и прямолинейною.

Поэтому промежутки времени равны, если относительныя перемѣщенія въ теченіи этихъ промежутковъ то же равны.

Съ перваго взгляда можетъ показаться, что это не что иное, какъ только опредѣленіе того, что мы понимаемъ подъ равными промежутками времени, а этому выраженію мы до сихъ поръ не дали никакого опредѣленія.

Но если мы предположимъ другую движущуюся систему, состоящую изъ двухъ тѣлъ, на которыя не дѣйствуетъ никакое другое тѣло, то эта вторая система дастъ намъ независимый методъ для сравненія промежутковъ времени.

Поэтому положеніе, что равные промежутки времени суть тѣ, въ теченіи которыхъ совершаются равныя перемѣщенія въ какой-нибудь подобной системѣ, имѣетъ то же значеніе какъ и положеніе, что сравненіе промежутковъ времени приводитъ къ одинаковому результату, будемъ ли мы пользоваться какъ измѣрителемъ времени первою системою двухъ тѣлъ или же второю.

Такимъ образомъ мы видимъ теоретическую возможность сравнивать промежутки времени, какъ бы они ни были далеки одинъ отъ другаго; хотя едва ли нужно прибавлять, что этотъ методъ не можетъ быть примѣненъ на практикѣ

вблизи земли или какой нибудь другой массы тяготѣющей матеріи.

§ 44. Второй законъ движенія.

Законъ II. *Измѣненіе движенія пропорціонально извнѣ дѣйствующей силѣ и происходитъ въ томъ направленіи, въ какомъ дѣйствуетъ сила.*

Подъ движеніемъ Ньютонъ разумѣетъ то, что въ новой научной терминологіи называется моментомъ, причемъ принимается въ разсчетъ какъ количество движущейся матеріи, такъ и быстрота, съ которою она движется.

Подъ дѣйствующей извнѣ силой онъ разумѣетъ то, что называется теперь импульсомъ, причемъ принимается въ разсчетъ и время, въ теченіи котораго дѣйствуетъ сила, также какъ напряженность силы.

§ 45. Опредѣленіе равныхъ массъ и равныхъ силъ.

Поэтому для разъясненія закона требуется опредѣленіе равныхъ количествъ матеріи и равныхъ силъ.

Для этого мы должны допустить возможность сдѣлать такъ, чтобы сила, съ какою одно тѣло дѣйствуетъ на другое, имѣла въ разныхъ случаяхъ одинаковую напряженность.

А это будетъ возможно, какъ скоро мы допустимъ постоянство свойствъ тѣлъ. Мы знаемъ, что каучуковая полоска, если ее растянуть больше извѣстной длины, производитъ напряженіе, которое тѣмъ больше увеличивается, чѣмъ больше растягивается полоска. На основаніи

этого свойства полоску называютъ упругою. Если ту же самую полоску растянуть въ другой разъ на такую же длину, то если ея свойства остаются постоянными, она произведетъ такое же напряженіе. Затѣмъ прикрѣпимъ одинъ конецъ полоски къ тѣлу M., на которое не дѣйствуетъ никакая другая сила, кромѣ натяженія полоски, а другой конецъ возьмемъ въ руку и станемъ тянуть его въ постоянномъ направленіи съ силою какъ разъ достаточною для того, чтобы растянуть полоску на опредѣленную длину. Сила дѣйствующая на тѣло будетъ теперь имѣть данную напряженность F.

Тѣло пріобрѣтетъ скорость и въ концѣ единицы времени эта скорость будетъ имѣть извѣстную величину V.

Если ту же самую полоску прикрѣпить къ другому тѣлу N и растягивать ее какъ прежде, такъ чтобы удлиненіе ея было такое же какъ прежде, то сила дѣйствующая на тѣло будетъ такая же, и если скорость сообщенная N въ единицу времени будетъ та же самая, именно V, тогда мы говоримъ о двухъ тѣлахъ M и N, что они состоятъ изъ равныхъ количествъ матеріи или по новой терминологіи, что они равны по массѣ. Этимъ способомъ посредствомъ эластической полоски мы можемъ пригнать массы нѣсколькихъ тѣлъ такимъ образомъ, чтобы каждое изъ нихъ было равно какой нибудь образцовой единицѣ массы, напр., фунту, принятому въ какой нибудь странѣ.

§ 46. Мѣра массы.

Лучше всего можно видѣть научное достоинство этого метода сравненія количествъ матеріи, если сопоставить его съ другими методами, находящимися въ дѣйствительномъ употребленіи.

Пока мы имѣемъ дѣло исключительно съ тѣлами совершенно однородными, намъ не трудно узнать, какимъ образомъ нужно измѣрять количество матеріи.

Если одинаковыя количества вещества всегда производятъ одинаковое дѣйствіе, какого бы рода оно ни было, то мы можемъ употребить это дѣйствіе какъ мѣру количества вещества.

Напр., если мы имѣемъ дѣло съ сѣрной кислотой одинаковой крѣпости, то можемъ опредѣлить количество данной части ея многими различными способами. Мы можемъ взвѣсить ее, можемъ влить въ сосудъ съ дѣленіями и этимъ измѣрить ея объемъ или же можемъ опредѣлить, сколько она насыщаетъ нормальнаго раствора углекислаго кали.

Мы можемъ употребить тѣ же методы и для опредѣленія количества азотной кислоты, если мы имѣемъ дѣло исключительно съ азотной кислотой; но если бы мы захотѣли сравнить количество азотной кислоты съ количествомъ сѣрной, то получили бы различные результаты при взвѣшиваніи, измѣреніи и титрованія щелочнымъ растворомъ.

Изъ этихъ трехъ методовъ взвѣшиваніе зависитъ отъ притяженія между кислотой и землей, измѣреніе зависитъ отъ объема, какой за-

нимаетъ кислота, а титрованіе зависитъ отъ ея способности соединяться съ кали.

Въ отвлеченной же динамикѣ, напротивъ, матерія разсматривается съ единственной точки зрѣнія, какъ нѣчто такое, что можетъ измѣнить свое движеніе отъ приложенія силы. Поэтому всякія два тѣла имѣютъ равную массу тогда, если равныя силы приложенныя къ этимъ тѣламъ производятъ, въ равныя времена, равныя измѣненія скорости. Это есть единственное опредѣленіе равныхъ массъ, которое можетъ быть допущено въ динамикѣ, и оно примѣняется ко всѣмъ матеріальнымъ тѣламъ, изъ чего бы они ни состояли.

Факты наблюденія показываютъ, что тѣла, имѣющія равныя массы, помѣщенныя въ одинаковое положеніе относительно земли притягиваются къ землѣ одинаково, изъ чего бы они ни состояли; но это не есть положеніе отвлеченной динамики, основанное на аксіомахъ, а фактъ, открытый наблюденіемъ и провѣренный тщательными опытами Ньютона *) надъ временами качанія полыхъ деревянныхъ шаровъ, подвѣшенныхъ на веревкахъ равной длины, но содержавшихъ въ себѣ золото, серебро, свинецъ, стекло, песокъ, обыкновенную соль, дерево, воду и пшеницу.

Однако же тотъ фактъ, что въ однихъ и тѣхъ же географическихъ мѣстахъ вѣса равныхъ массъ равны, до такой степени прочно установленъ, что никогда не употребляется ни въ торговлѣ, ни въ наукѣ никакого другаго способа сравненія массъ кромѣ сравненія ихъ

*) Principia, III, Prop. 6.

вѣсовъ, исключая тѣхъ случаевъ, когда изслѣдованія предпринимаются съ специальною цѣлью опредѣлить въ абсолютной мѣрѣ вѣсъ единицы массы въ различныхъ частяхъ земной поверхности. Употребляемый при этихъ изслѣдованіяхъ методъ въ сущности тотъ же что методъ Ньютона, именно измѣреніе длины секунднаго маятника.

Единица массы въ Англіи опредѣлена парламентскимъ актомъ (18 et 19 Vict. c. 72, Іюля 30, 1855) и есть кусокъ платины со штемпелемъ P. C. 1844, I lb, хранящійся въ казначействѣ и называющійся Imperial Standart Pound Avoirdupois. Одна семитысячная часть этого фунта есть гранъ. Французская единица массы есть «килограмъ архивовъ», приготовленный Борда изъ платины. Профессоръ Миллеръ нашолъ, что килограмъ равенъ 15432,34874 грана.

§ 47. Численная мѣра силы.

Единица силы есть та сила, которая, дѣйствуя на единицу массы въ теченіи единицы времени, производитъ единицу скорости.

Такъ вѣсъ грама, т. е. сила, которая заставляетъ его падать, можетъ быть опредѣлена тогда, если мы предоставимъ ему свободно падать. Въ концѣ первой секунды, предполагая, что опытъ производится въ Англіи, скорость его будетъ составлять около 981 центиметровъ въ секунду. Поэтому вѣсъ грама будетъ выражаться числомъ 981, если принять за основныя единицы центиметръ, грамъ и секунду.

Иногда бываетъ удобно сравнивать силу съ вѣсомъ тѣла и тогда говорятъ, что сила рав-

няется столькимъ-то фунтамъ или грамамъ вѣса. Это называется мѣрою тяготѣнія. Однако же не нужно забывать, что хотя фунтъ или грамъ одинъ и тотъ же по всюду, однако вѣсъ фунта или грама въ высокихъ широтахъ больше чѣмъ близъ экватора; поэтому измѣреніе силы мѣрою тяготѣнія не имѣетъ научнаго значенія, если при этомъ не сказано, въ какомъ мѣстѣ земли произведено это измѣреніе.

Если, какъ это принято въ Великобританіи, футъ есть единица длины, фунтъ единица массы и секунда единица времени, тогда единица силы есть та сила, которая сообщаетъ одному фунту скорость одного фута въ секунду. Эта единица силы называется «poundal», фунтовикъ.

По французской метрической системѣ единицами служатъ центиметръ, грамъ и секунда. Сила, которая сообщаетъ одному граму скорость одного центиметра въ секунду, называется «диною».

Такъ какъ англійскій футъ равняется 30,4797 центиметрамъ, а аглійскій фунтъ 453,59 грамамъ, то poundal равняется 13825,38 динамъ.

§ 48. Одновременное дѣйствіе силъ на тѣло.

Теперь предположимъ, что единица силы въ теченіи единицы времени дѣйствуетъ на единицу массы. Вслѣдствіе этого скорость массы измѣнится, и полное ускореніе будетъ единица и послѣдуетъ въ направленіи силы.

Величина и направленіе этого полнаго ускоренія будетъ одинакова, находилось ли тѣло первоначально въ движеніи или въ покоѣ. Потому что выраженіе «въ покоѣ» не имѣетъ ни-

какого научнаго значенія, а выраженіе «въ движеніи», въ примѣненіи къ относительному движенію, еще можетъ что нибудь значить; если же оно примѣняется къ абсолютному движенію, то можетъ относиться только къ какой-нибудь неподвижной средѣ въ пространствѣ. Стремленіе открыть существованіе такой среды и опредѣлить нашу скорость относительно ея посредствомъ наблюденія надъ движеніемъ тѣлъ вполнѣ научно; но если бы это и было достигнуто, тогда бы мы открыли не ошибку въ нашихъ законахъ движенія, но новый фактъ въ наукѣ.

Поэтому эффектъ данной силы на тѣло не зависитъ отъ движенія, какое уже имѣетъ это тѣло.

Также мало вліяетъ на этотъ эффектъ одновременное дѣйствіе на тѣло другихъ силъ. Потому что эффектъ этихъ силъ на тѣло состоитъ въ произведеніи движенія въ тѣлѣ, а на это не вліяетъ ускореніе произведенное первой силой.

Этимъ путемъ мы приходимъ къ слѣдующей формѣ закона. *Если на тѣло дѣйствуетъ какое бы то ни было число силъ, то ускореніе произведенное каждой силой бываетъ такое же по направленію и величинѣ, какъ если бы на него не дѣйствовали другія силы.*

Если на тѣло дѣйствуетъ сила постоянная по направленію и величинѣ, то полное ускореніе пропорціонально времени, въ теченіи котораго дѣйствуетъ сила.

Потому что если она производитъ нѣкоторое полное ускореніе въ данный промежутокъ времени, то она и въ слѣдующій промежутокъ произ-

ведетъ такое же ускореніе: такъ какъ эффектъ силы не зависитъ отъ скорости, какую имѣло тѣло, когда на него дѣйствовала сила. Поэтому въ каждый равный промежутокъ времени будетъ равное измѣненіе скорости и полное измѣненіе скорости отъ начала движенія будетъ пропорціонально времени дѣйствія силы.

Полное ускореніе въ данное время пропорціонально силѣ. Потому что если многія равныя силы дѣйствуютъ на одно и тоже тѣло въ одномъ и томъ же направленіи, то каждая производитъ свой эффектъ независимо отъ другихъ. Поэтому полное ускореніе пропорціонально числу равныхъ силъ.

§ 49. Объ импульсѣ.

Поэтому полное дѣйствіе силы при сообщеніи тѣлу скорости пропорціонально силѣ и времени, въ теченіи котораго она дѣйствуетъ непрерывно.

Произведеніе изъ времени дѣйствія силы на ея напряжонность, если она постоянна, или на ея среднюю напряжонность, если она измѣняется, называется *импульсомъ* силы.

Есть нѣкоторые случаи, въ которыхъ сила дѣйствуетъ такое короткое время, что бываетъ трудно опредѣлить или ея напряжонность или время, въ теченіи котораго она дѣйствуетъ. Но сравнительно легко измѣрить эффектъ силы, именно измѣненіе движенія тѣла, на которое она дѣйствуетъ; это измѣненіе, какъ мы видѣли, зависитъ отъ импульса.

Слово импульсъ первоначально употреблялось для обозначенія эффекта силы короткой про-

должительности, напр. удара молоткомъ по гвоздю. Но на дѣлѣ нѣтъ существенной разницы между этимъ случаемъ и всякимъ другимъ случаемъ дѣйствія силы. Поэтому мы будемъ употреблять слово импульсъ въ томъ значеніи, какъ мы его опредѣлили выше, не ограничивая его тѣми случаями, въ которыхъ дѣйствіе имѣетъ исключительно мгновенный характеръ.

§ 50. Отношеніе между силою и массою.

Если сила дѣйствуетъ на единицу массы въ теченіи извѣстнаго промежутка времени, то импульсъ, какъ мы видѣли, измѣряется произведенною скоростью.

Еслибы нѣсколько равныхъ силъ дѣйствовали въ одномъ и томъ же направленіи, каждая на одну единицу массы, то всѣ различныя массы двигались бы одинаковымъ образомъ и могли бы быть соединены въ одно тѣло, причемъ не послѣдовало бы никакого измѣненія въ явленіи. Скорость этого тѣла равна скорости, которая производится одною изъ такихъ силъ дѣйствующею на единицу массы.

Поэтому, сила, потребная для произведенія даннаго измѣненія скорости въ данное время, пропорціональна числу единицъ массы, изъ которыхъ состоитъ тѣло.

§ 51. Моментъ.

Численная мѣра момента тѣла есть произведеніе числа единицъ массы въ тѣлѣ на число единицъ скорости, съ какою оно движется.

Поэтому моментъ всякаго тѣла измѣряется

моментомъ единицы массы движущейся съ единицей скорости: и эта величина берется за единицу момента.

Направленіе момента тоже, что и направленіе скорости, и такъ какъ скорость можетъ быть опредѣлена только относительно какой нибудь точки сравненія, то и величина момента въ каждомъ частномъ случаѣ зависитъ отъ точки взятой для сравненія. Моментъ луны напр. будетъ различенъ, смотря по тому, будемъ ли мы относить его, какъ къ точкѣ сравненія, къ землѣ или къ солнцу.

§ 52. Формулированіе втораго закона движенія въ терминахъ импульса и момента.

Измѣненіе момента тѣла численно равно импульсу, которымъ оно произведено и по направленію одинаково съ импульсомъ.

§ 53. Сложеніе силъ.

Если нѣсколько силъ одновременно дѣйствуютъ на тѣло, то каждая сила производитъ ускореніе пропорціональное ея величинѣ (§ 46). Поэтому если въ діаграммѣ ускореній (§ 34) мы проведемъ отъ какой нибудь точки какъ начала линію выражающую по направленію и величинѣ ускореніе происходящее отъ одной изъ силъ, и отъ конца этой линіи другую, представляющую ускореніе отъ другой силы и т. д., проводя линіи для каждой изъ силъ въ какомъ бы ни было порядкѣ, тогда линія, проведенная отъ первоначально избранной точки до конца послѣдней изъ линій, будетъ представлять ускореніе происходящее отъ соединеннаго дѣйствія всѣхъ силъ.

Такъ какъ въ этой діаграмѣ линіи представляющія ускореніе пропорціональны силамъ производящимъ эти ускоренія, то мы можемъ считать, что эти линіи представляютъ самыя силы. Понимаемая такимъ образомъ діаграма можетъ быть названа діаграмой силъ, а линія проведенная отъ исходной точки, начала, до конца всего ряда представляетъ равнодѣйствующую силу.

Важенъ тотъ случай, когда рядъ линій представляющихъ силы оканчивается въ началѣ, такъ что образуется замкнутая фигура. Въ этомъ случаѣ нѣтъ равнодѣйствующей силы и нѣтъ ускоренія. Дѣйствія силъ уравновѣшиваются, и это есть случай равновѣсія. Изслѣдованіе случаевъ равновѣсія составляетъ предметъ статики.

Такъ какъ силы такой системы вполнѣ уравновѣшиваютъ другъ друга и вся система не даетъ равнодѣйствующей, то явно, что силы останутся въ равновѣсіи и тогда, когда они дѣйствуютъ такимъ же образомъ на всякую другую матеріальную систему, какова бы ни была масса этой системы. Это и есть причина, почему въ статическихъ изслѣдованіяхъ масса не принимается въ соображеніе.

§ 54. Третій законъ движенія.

Законъ III. — *Противодѣйствіе всегда равно и противоположно дѣйствію, то есть дѣйствія двухъ тѣлъ другъ на друга всегда бываютъ равны и противоположны по направленіямъ.*

Если на тѣла, между которыми происходитъ дѣйствіе, не дѣйствуетъ никакая другая сила, то измѣненія въ ихъ моментахъ произведенныя

дѣйствіемъ равны и противоположны по направленію.

Измѣненія въ скоростяхъ двухъ тѣлъ также противоположны по направленіямъ, но не равны, исключая тотъ случай, когда массы равны. Въ другихъ случаяхъ измѣненія скоростей обратно пропорціональны массамъ.

§ 55. Дѣйствіе и противодѣйствіе суть частные виды динамическаго дѣйствія.

Мы уже употребляли (§ 37) выраженіе *динамическое дѣйствіе* для обозначенія взаимнаго дѣйствія между двумя частями матеріи. (Слово a stress, переведенное нами динамическое дѣйствіе, заимствовано изъ обыденнаго англійскаго языка и снабжено точнымъ научнымъ значеніемъ покойнымъ профессоромъ Ранкиномъ, которому литература обязана многими другими цѣнными научными терминами).

Какъ только мы составили себѣ понятіе о динамическомъ дѣйствіи, каково напр. натягиваніе веревки или давленіе между двумя тѣлами и узнали, что оно является двоякимъ сообразно тому, что оно происходитъ между двумя частями матеріи, между которыми оно производится, то увидимъ, что третій законъ движенія равнозначенъ съ тѣмъ положеніемъ, что всякая сила есть нѣкотораго рода динамическое дѣйствіе, что динамическое дѣйствіе существуетъ только между двумя частями матеріи и что его эффекты на эти части матеріи (измѣряемые моментомъ производимымъ въ данное время) равны и противоположны.

Динамическое дѣйствіе численно измѣряется

силою дѣйствующею на одну изъ двухъ частей матеріи. Оно называется въ частности натяженіемъ, когда сила дѣйствующая на одну часть направлена къ другой части, и давленіемъ, когда сила дѣйствующая на одну часть направлена отъ другой части.

Если сила наклонена къ поверхности раздѣляющей двѣ матеріальныя части, то ее нельзя выразить никакимъ терминомъ общеупотребительнаго языка, но она должна выражаться техническими математическими терминами.

Если натяженіе между двумя тѣлами совершается при посредствѣ веревки, то динамическое дѣйствіе, строго говоря, существуетъ между каждыми двумя частями, на которыя можетъ быть представлена раздѣленною веревка посредствомъ воображаемаго разрѣза или поперечной раздѣляющей плоскости. Если мы однако оставимъ безъ вниманія вѣсъ веревки, то каждая часть веревки находится въ равновѣсіи подъ дѣйствіемъ натяженія на ея концахъ, такъ что натяженія на всякихъ двухъ поперечныхъ промежуточныхъ плоскостяхъ веревки должны быть одинаковы. На этомъ основаніи мы часто говоримъ о натяженіи веревки какъ цѣлаго, не указывая какого-нибудь опредѣленнаго сѣченія ея, а также о натяженіи между двумя тѣлами, не обращая вниманія на свойство веревки, помощью которой совершается натяженіе.

§ 56. Притяженіе и отталкиваніе.

Есть другіе случаи, въ которыхъ два тѣла раздѣленныя разстояніемъ представляются дѣйствующими другъ на друга, хотя мы не въ со-

стояніи открыть никакого посредствующаго тѣла, подобно веревкѣ въ предыдущемъ примѣрѣ, посредствомъ котораго совершалось бы дѣйствіе. Напр., два магнита или два электрическія тѣла дѣйствуютъ другъ на друга, даже когда они удалены на значительное разстояніе одно отъ другаго, и наблюденіе показываетъ, что на движенія небесныхъ тѣлъ вліяетъ нѣчто зависящее отъ ихъ взаимнаго положенія.

Такое взаимное дѣйствіе между тѣлами находящимися на извѣстномъ разстояніи одно отъ другаго называется притяженіемъ, если оно стремится сблизить тѣла, и отталкиваніемъ, если стремится удалить ихъ одно отъ другаго.

Однако во всѣхъ случаяхъ дѣйствіе и противодѣйствіе между тѣлами равны и противоположны.

§ 57. Третій законъ справедливъ относительно дѣйствія на разстояніи.

Тотъ фактъ, что магнитъ притягиваетъ къ себѣ желѣзо, былъ замѣченъ древними, но они не обратили вниманія на силу, съ которою желѣзо притягиваетъ магнитъ. Однако Ньютонъ, положивъ магнитъ въ одинъ сосудъ, а кусокъ желѣза въ другой и пустивъ оба сосуда на воду, такъ чтобы они соприкасались между собою, экспериментально показалъ, что такъ какъ ни одинъ изъ сосудовъ не могъ двинуть вмѣстѣ съ собою по водѣ другой, то притяженіе желѣзомъ магнита равно и противоположно притяженію магнитомъ желѣза, причемъ они оба равны давленію между сосудами.

Представивши такой экспериментальный разъясняющій примѣръ, Ньютонъ вывелъ за-

ключенія вытекающія изъ отрицанія этого закона. Напр., если бы притяженіе какою-нибудь частью земли, положимъ горою, остальной земли было больше или меньше, чѣмъ притяженіе остальною частью земли, тогда оказался бы излишекъ силы, который дѣйствовалъ бы на систему земли и горы какъ на цѣлое и заставилъ бы ее двигаться съ постоянно возрастающею скоростью въ безконечное пространство.

§ 58. Доказательство Ньютона—вовсе не экспериментальное.

Это противорѣчитъ первому закону движенія, который говоритъ, что тѣло измѣняетъ свое состояніе движенія только тогда, когда на него дѣйствуетъ *внѣшняя* сила. Но нельзя сказать, чтобы это противорѣчило опыту, потому что дѣйствіе неравенства между притяженіемъ горы землею и притяженіемъ земли горою было бы то же самое, что дѣйствіе силы, равной разности этихъ притяженій и дѣйствующей въ направленіи линіи, соединяющей центръ земли съ горою.

Если бы гора находилась на экваторѣ, то это заставило бы землю вращаться на оси параллельной той, на которой она вращалась бы безъ этого, но только эта ось проходила бы не какъ разъ черезъ центръ земли.

Если бы гора находилась на одномъ изъ полюсовъ, тогда постоянная сила между ею и землею дѣйствовала бы параллельно земной оси и заставила бы земную орбиту слегка отодвинуться къ сѣверу или югу отъ плоскости проходящей черезъ центръ массы солнца.

Если бы гора находилась на какой нибудь другой части земной поверхности, то дѣйствіе было бы отчасти перваго, отчасти втораго рода.

Ни одного изъ этихъ дѣйствій, если бы только они не были очень значительны, нельзя было бы открыть прямыми астрономическими наблюденіями; между тѣмъ какъ непрямой методъ открытія малыхъ силъ, который основывался бы на производимыхъ ими медленныхъ измѣненіяхъ въ элементахъ планетной орбиты, предполагаетъ уже, что намъ извѣстна вѣрность закона тяготѣнія. Но доказывать законы движенія закономъ тяжести значитъ нарушать научный порядокъ. Такъ пожалуй можно было бы законъ сложенія чиселъ доказывать посредствомъ дифференціальнаго вычисленія.

Слѣдовательно положеніе Ньютона нельзя считать ссылкой на опытъ и наблюденіе, а скорѣе выводомъ третьяго закона движенія изъ перваго.

ГЛАВА IV.

О свойствахъ центра массы матеріальной системы.

§ 59. Опредѣленіе массоваго вектора.

Мы видѣли, что векторъ означаетъ дѣйствіе проведенія описывающей точки отъ даннаго начала къ данной точкѣ.

Теперь мы опредѣлимъ массовый векторъ какъ

дѣйствіе проведенія данной массы отъ начала до данной точки. Направленіе массоваго вектора то же, что и направленіе вектора этой массы, но его величина есть произведеніе массы на векторъ этой массы.

Такъ, если ОА есть векторъ массы А, то массовый векторъ есть ОА.А.

§ 60. Центръ массы двухъ частицъ.

Если А и В двѣ массы и если на прямой линіи АВ взять точку С такимъ образомъ, чтобы ВС такъ относилось къ СА, какъ А къ В, то массовый векторъ массы А+В помѣщенный въ С равенъ суммѣ массовыхъ векторовъ А и В.

Потому что
$OA \cdot A + OB \cdot B = (OC + CA)A + (OC + CB) \cdot B = OC(A + B) + CA \cdot A + CB \cdot B.$

Фиг. 7.

Но массовые векторы СА.А и СВ.В равны и противоположны и потому взаимно уничтожаются, такъ что $OA \cdot A + OB \cdot B = OC(A + B)$; т. е. точка С есть такая точка, что если бы массы А и В были въ ней сосредоточены, то ихъ массовый векторъ отъ какого нибудь начала О былъ бы тотъ же самый, какъ если бы А и В были въ своихъ настоящихъ положеніяхъ. Точка С называется *центромъ массы* А и В.

§ 61. Центръ массы системы.

Если система состоитъ изъ нѣсколькихъ частичекъ, то мы можемъ начать съ отыскиванія центра массы какихъ нибудь двухъ частичекъ и вмѣсто этихъ двухъ частичекъ брать одну частичку, масса которой равна суммѣ ихъ массъ и которая находится въ ихъ центрѣ массы. Затѣмъ мы отыскиваемъ центръ массы этой частички вмѣстѣ съ третьей частичкой системы и помѣщаемъ въ эту точку сумму массъ всѣхъ трехъ частичекъ и т. д., пока не найдемъ центра массы всей системы.

Массовый векторъ проведенный отъ какого-нибудь начала къ массѣ, равной массѣ всей системы и помѣщенной въ центрѣ массы всей системы, равенъ суммѣ массовыхъ векторовъ проведенныхъ отъ того же самаго начала ко всѣмъ частичкамъ системы.

Изъ доказательства въ § 60 слѣдуетъ, что точка, найденная указаннымъ тамъ построеніемъ, удовлетворяетъ этому условію. Изъ самаго условія явно, что только одна точка можетъ удовлетворить ему. Поэтому построеніе должно приводить къ одинаковому результату относительно положенія центра массы, въ какомъ бы порядкѣ мы ни брали частички системы.

Поэтому массовый центръ есть опредѣленная точка въ діаграмѣ конфигураціи системы. Приписывая различнымъ точкамъ въ діаграмахъ перемѣщеніе, скорость, полное ускореніе и быстроту ускоренія массы тѣлъ, которымъ они соотвѣтствуютъ, мы можемъ найти въ каждой изъ этихъ діаграммъ точку, которая соотвѣт-

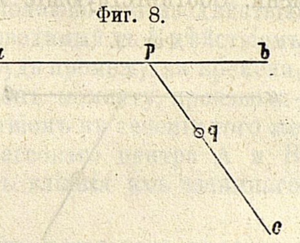
ствуетъ центру массы и показываетъ перемѣщеніе, скорость, полное ускореніе или степень ускоренія центра массы.

§ 62. Моментъ представляемый какъ быстрота измѣненія массоваго вектора.

Если въ діаграмѣ скоростей точки o, a, b, c соотвѣтствуютъ скоростямъ начала O и тѣлъ A, B, C, если далѣе p центръ массы A находящейся въ a, и B—въ b и если q есть центръ массы A+B находящейся въ p и C въ c, тогда q будетъ центромъ массы системы тѣлъ A, B, C находящихся въ a, b, c.

Скорость A относительно O выражается векторомъ oa, а скорость B и C векторами ob и oc. Векторъ o p есть скорость центра массы A и B, а oq скорость центра массы A, B и C относительно O.

Фиг. 8.



Моментъ A относительно O есть произведеніе скорости на массу, значитъ oa. A, или то, что мы уже назвали массовымъ векторомъ проведеннымъ отъ o къ массѣ A въ a. Подобнымъ же образомъ моментъ всякаго другаго тѣла есть массовый векторъ проведенный отъ o къ точкѣ въ діаграмѣ скоростей соотвѣтствующей этому тѣлу и моментъ массы системы сосредоточенной въ массовомъ центрѣ есть массовый векторъ проведенный отъ o ко всей системѣ находящейся въ q.

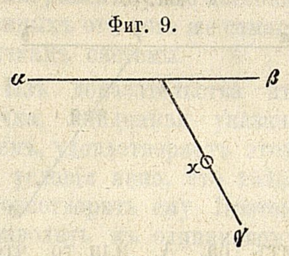
Поэтому такъ какъ массовый векторъ въ діа-

грамѣ скоростей есть то, что мы уже опредѣлили какъ моментъ, то мы можемъ выразить свойство доказанное въ § 61 относительно моментовъ слѣдующимъ образомъ: моментъ массы, которая равна массѣ всей системы и которая движется со скоростью центра массы системы, равна по величинѣ и параллельна по направленію суммѣ моментовъ всѣхъ частичекъ системы.

§ 63. Дѣйствіе внѣшнихъ силъ на движеніе массоваго центра.

Подобнымъ же образомъ въ діаграмѣ полнаго ускоренія векторы $\omega\alpha$, $\omega\beta$, проведенные отъ начала, представляютъ измѣненіе скорости тѣлъ A, B и проч. въ теченіи извѣстнаго промежутка времени. Соотвѣтствующіе массовые векторы $\overline{\omega\alpha}.A$, $\overline{\omega\beta}.B$ и проч. представляютъ соотвѣтствующія измѣненія момента или по второму закону движенія импульсы силъ дѣйствующихъ на эти тѣла въ теченіи этого промежутка времени. Если

Фиг. 9.



$\varkappa$ есть массовый центръ системы, то $\omega\varkappa$ есть измѣненіе скорости массы сосредоточенной въ центрѣ тяжести въ теченіи промежутка времени, а $\omega\varkappa$ (A+B+C) есть моментъ произведенный въ этой массѣ. Поэтому по § 61 измѣненіе момента воображаемой массы равной массѣ всей системы сосредоточенной въ массовомъ центрѣ равно суммѣ измѣненій момента всѣхъ различныхъ тѣлъ системы.

Согласно второму закону движенія мы можемъ выразить этотъ результатъ въ слѣдуюшей формѣ:

Эффектъ силъ дѣйствующихъ на различныя тѣла системы, выражающійся движеніемъ центра массы этой системы, бываетъ такой же, какъ еслибы всѣ эти силы дѣйствовали на массу, которая равна всей массѣ системы и совпадаетъ съ ея массовымъ центромъ.

§ 64. На движеніе центра массы системы нисколько не вліяютъ дѣйствія частей системы одна на другую.

Потому что если существуетъ дѣйствіе между двумя частями системы, положимъ A и B, то дѣйствіе A на B по третьему закону движенія всегда равно и противоположно противодѣйствію B на A. Моментъ, производимый въ B дѣйствіемъ A въ теченіи какого нибудь промежутка времени, равенъ и противоположенъ моменту, производимому на A противодѣйствіемъ въ теченіи того же времени, и движеніе массоваго центра A и B поэтому не испытываетъ вліянія ихъ взаимнаго дѣйствія.

Мы можемъ примѣнить результатъ предыдущаго параграфа къ этому случаю и сказать, что такъ какъ силы вытекающія изъ взаимнаго дѣйствія равны и противоположны и такъ какъ дѣйствіе этихъ силъ на движеніе массоваго центра системы тоже самое, какъ еслибы они были приложены къ частичкѣ, масса которой равна всей массѣ системы, и такъ какъ эффектъ двухъ равныхъ и противоположныхъ между собою силъ равенъ нулю, то движеніе массоваго центра не будетъ испытывать никакого вліянія.

§ 65. Первый и второй законы движенія.

Это есть весьма важный результатъ. Онъ даетъ возможность болѣе точнымъ образомъ выразить первый и второй законы движенія посредствомъ опредѣленія, что подъ скоростью тѣла разумѣется скорость его массоваго центра. Тѣло можетъ вращаться, оно можетъ состоять изъ частей и можетъ измѣняться его конфигурація, такъ что движенія различныхъ частей могутъ быть различны, но мы всетаки можемъ выразить законы движенія въ слѣдующей формѣ:

Законъ I. Центръ массы системы удерживаетъ свое состояніе покоя или равномѣрнаго движенія по прямой линіи до тѣхъ поръ, пока его не заставятъ измѣнить это состояніе силы дѣйствующія на систему извнѣ.

Законъ II. Измѣненіе момента системы въ теченіи какого нибудь промежутка времени измѣряется суммою импульсовъ внѣшнихъ силъ въ теченіи этого промежутка.

§ 66. Способъ изслѣдованія системы частицъ.

Когда система состоитъ изъ частей столь мелкихъ, что мы не можемъ наблюдать ихъ, а движенія ихъ такъ быстры и измѣнчивы, что даже если бы мы могли наблюдать ихъ, то и тогда мы не могли бы описать ихъ, мы все таки были бы въ состояніи изслѣдовать движеніе массоваго центра системы, потому что внутреннія силы, производящія измѣненіе движенія, не имѣютъ вліянія на движеніе массоваго центра.

§ 66. При помощи понятія массы мы переходимъ отъ точекъ-векторовъ, точекъ-перемѣщеній, скоростей, полныхъ ускореній и быстротъ ускоренія къ массовымъ векторамъ, къ массовымъ перемѣщеніямъ, моментамъ, импульсамъ и движущимъ силамъ.

Въ діаграммѣ степени быстроты ускоренія (фиг. 9. § 63) векторы $\omega\alpha$, $\omega\beta$ и проч. проведенные отъ начала представляютъ степени быстротъ ускоренія тѣлъ A, B и проч. въ данный моментъ относительно степени быстроты ускоренія этого начала O.

Соотвѣтствующіе массовые векторы $\omega\alpha.A$, $\omega\beta.B$ и проч. представляютъ силы дѣйствующія на тѣла A, B и проч.

Мы иногда говоримъ о нѣсколькихъ силахъ дѣйствующихъ на тѣло, когда сила дѣйствующая на тѣло происходитъ отъ нѣсколькихъ различныхъ причинъ, такъ что мы естественно различаемъ отдѣльныя части силы происходящія отъ этихъ различныхъ причинъ.

Но когда мы разсматриваемъ силу не относительно ея причинъ, но относительно ея дѣйствія, именно измѣненія движенія тѣла, то мы говоримъ не о силахъ, но о силѣ дѣйствующей на тѣло и эта сила измѣряется степенью быстроты измѣненія момента тѣла и выражается массовымъ векторомъ въ діаграмѣ степени ускоренія.

Этимъ путемъ мы приходимъ къ ряду разнаго рода массовыхъ векторовъ соотвѣтствующихъ уже разсмотрѣннымъ.

Во 1-хъ мы имѣемъ систему массовыхъ векторовъ съ общимъ началомъ, на которую мы можемъ смотрѣть какъ на методъ для обозначенія рас-

предѣленія массы въ матеріальной системѣ, совершенно также, какъ соотвѣтствующая система векторовъ показываетъ геометрическую конфигурацію системы.

Во 2-хъ, сравнивая распредѣленіе массы въ двѣ различныя эпохи, мы получаемъ систему массовыхъ векторовъ перемѣщенія.

Степень быстроты массоваго перемѣщенія есть моментъ, подобно тому какъ степень быстроты перемѣщенія есть скорость.

Измѣненіе момента есть импульсъ, подобно тому какъ измѣненіе скорости есть полное ускореніе.

Быстрота измѣненія момента есть движущая сила, подобно тому какъ быстрота измѣненія скорости есть быстрота ускоренія.

§ 68. Опредѣленіе массовой площади.

Если матеріальная частичка движется отъ одной точки къ другой, то дважды взятая площадь проходимая векторомъ частицы помноженная на массу частицы называется массовою площадью перемѣщенія частицы относительно начала, изъ котораго проведенъ векторъ.

Если пройденная площадь находится въ одной плоскости, тогда направленіе массовой площади перпендикулярно къ плоскости и опредѣляется такъ, что если смотрѣть въ положительномъ направленіи вдоль перпендикуляра, то движеніе частицы вокругъ своей площади должно соотвѣтствовать по направленію движенію часовыхъ стрѣлокъ.

Если же проходимая площадь не въ одной плоскости, то нужно путь частицы разложить на

столь малыя части, чтобы каждая изъ нихъ замѣтно совпадала съ прямой линіей и соотвѣтствующія этимъ частямъ массовыя площади должны быть потомъ сложены по правилу сложенія векторовъ.

§ 69. Угловой моментъ.

Степень быстроты измѣненія массовой площади есть удвоенное произведеніе изъ массы частицы на треугольникъ, вершина котораго есть начало, а основаніе скорость частицы измѣряемая по линіи проходящей черезъ частицу въ направленіи ея движенія. Направленіе этой массовой площади указывается перепендикуляромъ проведеннымъ по указанному выше правилу.

Быстрота измѣненія массовой площади частицы называется угловымъ моментомъ частицы около начала и сумма угловыхъ моментовъ всѣхъ частицъ называется угловымъ моментомъ системы около начала.

Угловой моментъ матеріальной системы относительно какой нибудь точки есть поэтому количество, имѣющее опредѣленное направленіе также какъ и опредѣленную величину.

Опредѣленіе угловаго момента частички около точки можетъ быть выражено нѣсколько иначе, а именно какъ произведеніе момента этой частички относительно этой точки на перпендикуляръ изъ этой точки на направленіе движенія частицы въ это мгновеніе.

§ 70. Моментъ силы около точки.

Степень возрастанія угловаго момента частицы есть произведеніе степени ускоренія скорости

частицы, помноженнаго на массу ея, на перпендикуляръ проведенный отъ начала черезъ частицу на ту линію, по которой совершается ускореніе. Другими словами, это произведеніе движущей силы, дѣйствующей на частичку, на перпендикуляръ отъ начала на линію дѣйствія силы.

Это произведеніе силы на перпендикуляръ отъ начала на линію ея дѣйствія называется моментомъ силы около начала. Ось момента указывающая его направленіе есть векторъ проведенный перпендикулярно къ плоскости, проходящей черезъ силу и начало, и въ такомъ направленіи, что если смотрѣть вдоль этой линіи, въ томъ направленіи, въ какомъ она проведена, то сила стремилась бы двигать частицу около начала согласно съ направленіемъ движенія часовыхъ стрѣлокъ.

Поэтому быстрота измѣненія угловаго момента частички около начала измѣряется моментомъ силы, которая дѣйствуетъ на частицу около начала.

Быстрота измѣненія угловаго момента матеріальной системы около начала подобнымъ же образомъ измѣряется геометрическою суммою моментовъ силъ дѣйствующихъ на частички системы.

§ 71. Сохраненіе угловаго момента.

Разсмотримъ теперь какія нибудь двѣ частички системы. Происходящія отъ дѣйствія обѣихъ частицъ силы равны, дѣйствуютъ по одной и той же линіи, но въ противоположномъ направленіи. Поэтому моменты этихъ силъ около ка-

кой нибудь точки какъ начала равны, противоположны и имѣютъ одну и ту же ось. Сумма этихъ моментовъ поэтому равна нулю. Подобнымъ же образомъ взаимное дѣйствіе между каждыми двумя частичками системы состоитъ изъ двухъ силъ, сумма моментовъ которыхъ равна нулю.

Поэтому взаимное дѣйствіе между тѣлами матеріальной системы не имѣетъ вліянія на геометрическую сумму моментовъ силъ. Поэтому силы, которыя только и нужно принимать въ соображеніе при нахожденіи геометрической суммы моментовъ, суть тѣ силы, которыя внѣшни для системы, т. е. такія силы, которыя дѣйствуютъ между системою или частями ея и между тѣлами, не принадлежащими къ системѣ.

Такимъ образомъ быстрота измѣненія угловаго момента системы измѣряется геометрическою суммою моментовъ внѣшнихъ силъ, дѣйствующихъ на систему.

Если направленія всѣхъ внѣшнихъ силъ проходятъ черезъ начало, то ихъ моменты равны нулю и угловой моментъ системы остается постояннымъ.

Когда планета идетъ по орбитѣ вокругъ солнца, то направленіе взаимнаго дѣйствія этихъ двухъ тѣлъ всегда проходитъ черезъ ихъ общій массовый центръ. Поэтому угловой моментъ каждаго изъ этихъ тѣлъ около ихъ общаго центра массы остается постояннымъ, пока мы имѣемъ въ виду только эти два тѣла, хотя на него могутъ оказывать вліяніе и дѣйствія другихъ планетъ. Если однако мы всѣ планеты включимъ въ одну систему, тогда геометрическая сумма

ихъ угловыхъ моментовъ около ихъ общаго центра массы останется абсолютно постоянною, каковы бы ни были ихъ взаимныя дѣйствія, предполагая только, что никакая сила, исходящая отъ тѣлъ внѣшнихъ цѣлой солнечной системѣ, не дѣйствуетъ инымъ образомъ на различные члены системы.

ГЛАВА V.

Работа и энергія.

§ 72. Опредѣленія.

Работа *есть—произведеніе измѣненія въ конфигураціи системы съ противодѣйствіемъ силъ, которая сопротивляется этому измѣненію.*

Энергія *есть способность производить работу.*

Если природа матеріальной системы такова, что послѣ того, какъ она испытала рядъ измѣненій и затѣмъ какимъ нибудь образомъ снова была приведена въ свое первоначальное состояніе—причемъ вся работа произведенная внѣшними дѣятелями на систему равна всей работѣ, произведенной системою для преодолѣнія внѣшнихъ силъ, то система называется **консервативною** (сохранительною) **системою.**

§ 73. Принципъ сохраненія энергіи.

Прогрессъ физики привелъ къ открытію и изслѣдованію различныхъ формъ энергіи и къ установленію ученія, что на всѣ матеріальныя системы можно смотрѣть какъ на сохранительныя, предполагая, что принимаются въ сообра-

женіе всѣ различныя формы энергіи, существующія въ этихъ системахъ.

Это ученіе, разсматриваемое какъ выводъ изъ наблюденія и опыта, не можетъ утверждать ничего больше того, что до сихъ поръ не было открыто ни одного примѣра не сохранительной системы.

Но какъ научная или научно-производительная теорія оно постоянно пріобрѣтаетъ все большую достовѣрность вслѣдствіе постоянно возрастающаго числа выводовъ, которые были сдѣланы изъ него и которые во всѣхъ случаяхъ подтверждались опытомъ.

И дѣйствительно ученіе о сохраненіи энергіи есть общее положеніе, которое оказывается въ согласіи съ фактами не только физики, но и всѣхъ наукъ.

Когда оно понято надлежащимъ образомъ, то становится для физика принципомъ, съ которымъ онъ можетъ связать всѣ другіе извѣстные законы о физическихъ дѣйствіяхъ и который даетъ ему возможность открыть отношенія между такими дѣйствіями въ новыхъ отрасляхъ науки.

На этомъ основаніи это ученіе обыкновенно называется принципомъ сохраненія энергіи.

§ 74. Общая формула принципа сохраненія энергіи.

Вся энергія каждой матеріальной системы есть величина, которая не можетъ быть ни увеличена, ни уменьшена никакимъ дѣйствіемъ между частями системы, хотя она можетъ быть

превращена въ любую изъ формъ, къ какимъ способна энергія.

Если отъ дѣйствія агента внѣшняго относительно системы конфигурація системы измѣняется, между тѣмъ какъ силы системы противодѣйствуютъ этому измѣненію конфигураціи, тогда говорятъ, что агентъ производитъ работу на системѣ. Въ этомъ случаѣ энергія системы увеличивается на количество работы, произведенное на ней внѣшнимъ агентомъ.

Если же напротивъ силы системы производятъ измѣненіе конфигураціи, которому сопротивляется внѣшній агентъ, то говорится, что система производитъ работу на внѣшнемъ агентѣ и энергія системы уменьшается на количество работы, которое она произвела.

Работа поэтому есть перенесеніе энергіи отъ одной системы на другую; система, которая отдаетъ энергію, производитъ работу на системѣ, которая ее принимаетъ, и количество энергіи отданной первою системою всегда въ точности равно количеству принятому второю.

Если мы поэтому включимъ обѣ системы въ одну большую, то энергія всей системы не увиличится и не уменьшится отъ дѣйствія одной частной системы на другую.

§ 75. Мѣра работы.

Работа, произведенная внѣшнимъ агентомъ на матеріальной системѣ, можетъ быть представлена какъ измѣненіе въ конфигураціи системы, происшедшее подъ вліяніемъ внѣшней силы, стремящейся произвести это измѣненіе.

Если напр. одинъ фунтъ поднятъ человѣ-

комъ отъ земли на одинъ футъ высоты при противодѣйствіи силы тяжести, то значитъ человѣкъ произвелъ извѣстное количество работы и это количество называется на техническомъ языкѣ футо-фунтомъ.

Здѣсь человѣкъ есть внѣшній агентъ, матеріальная система состоитъ изъ земли и фунта, измѣненіе конфигураціи есть увеличеніе разстоянія между матеріей земли и матеріей фунта, а сила есть дѣйствующая вверхъ сила, которую производитъ человѣкъ при подниманіи и которая равна и противоположна вѣсу фунта. Для поднятія фунта еще на одинъ футъ выше требовалось бы, если бы тяжесть была равномѣрной силой, совершенно такое же количество работы. Конечно тяжесть въ дѣйствительности не равномѣрна, но она ослабѣваетъ по мѣрѣ того, какъ мы удаляемся отъ поверхности; такъ что футо-фунтъ не есть точно опредѣленная величина, если только мы вмѣстѣ съ тѣмъ не укажемъ напряженности тяжести въ данномъ мѣстѣ. Но въ видахъ разъясненія мы можемъ принять, что тяжесть равномѣрна на нѣсколько футовъ вверхъ отъ поверхности и въ этомъ случаѣ работа, произведенная при подниманіи фунта, есть одинъ футо-фунтъ на каждый футъ, на который поднятъ фунтъ.

Чтобы поднять 20 фунтовъ воды на 10 футовъ высоты требуется 200 футо-фунтовъ работы. Чтобы поднять 1 фунтъ на высоту 10 футовъ, требуется 10 футо-фунтовъ, а такъ какъ здѣсь 20 фунтовъ, то вся работа въ 20 разъ больше, слѣдовательно 200 футо-фунтовъ.

Поэтому количество произведенной работы про-

порціонально произведенію чиселъ, выражающихъ употребленную силу и перемѣщеніе въ направленіи силы.

При футо-фунтѣ сила есть вѣсъ одного фунта,—количество, которое, какъ мы знаемъ, различно на различныхъ мѣстахъ. Вѣсъ фунта, выраженный въ абсолютной мѣрѣ, численно равенъ напряжонности тяготѣнія, количеству обозначаемому черезъ g, величина котораго въ фунтовикахъ колеблется между 32,227 на полюсѣ и 32,117 на экваторѣ и съ увеличеніемъ разстоянія отъ земли уменьшается безгранично. Въ «динахъ» грамахъ оно измѣняется отъ 978,1 до 983,1. Поэтому, чтобы выразить количество работы въ однородной и неизмѣнной мѣрѣ, мы должны помножить число футо-фунтовъ на число, выражающее напряжонность тяжести въ данномъ мѣстѣ. Черезъ это работа сводится на «футо-фунты». Впередъ мы всегда будемъ разумѣть мѣру работы въ этомъ именно смыслѣ и считать ее въ футо-poundals, если только не будетъ прямо указано, что говорится о другой системѣ измѣренія. Если работа выражается въ футо-фунтахъ, то значитъ употребляется система *мѣры тяготѣніемъ,* которая не есть полная система, если намъ неизвѣстна напряжонность тяготѣнія въ данномъ мѣстѣ.

Въ метрической системѣ единица работы есть эргъ, который представляетъ собою единицу работы, произведенной диною, дѣйствовавшею на протяженіи центиметра. Въ футо-poundals заключается 421393,8 эрговъ.

§ 76. Потенціальная энергія.

Работа, производимая человѣкомъ при подниманіи тяжелаго тѣла, состоитъ въ преодолѣніи притяженія между землею и этимъ тѣломъ. Энергія матеріальной системы, состоящей изъ земли и тяжелаго тѣла, при этомъ возрасла. Если тяжелое тѣло есть свинцовая гиря часовъ, то энергія часовъ увеличивается отъ завода ихъ, такъ что часы получаютъ способность идти цѣлую недѣлю, несмотря на треніе колесъ и сопротивленіе воздуха движенію маятника, и такимъ образомъ отдавать энергію въ другихъ формахъ, каково напр. сообщеніе воздуху вибрацій, вслѣдствіе которыхъ мы слышимъ тиканье часовъ.

Если человѣкъ заводитъ карманные часы, то онъ производитъ работу состоящую въ измѣненіи формы часовой пружины, которая при этомъ завивается. Вслѣдствіе этого энергія пружины увеличивается, такъ что когда она развивается, то бываетъ способна поддерживать ходъ часовъ.

Въ обоихъ случаяхъ энергія сообщаемая системѣ зависитъ отъ измѣненія конфигураціи.

§ 77. Кинетическая энергія.

Но въ другомъ весьма важномъ классѣ явленій работа состоитъ въ измѣненіи скорости тѣла, на которое она дѣйствуетъ. Возьмемъ простой случай, когда тѣло движется безъ вращенія отъ дѣйствія силы. Положимъ, масса тѣла составляетъ M фунтовъ, а сила въ F фунтовъ дѣйствуетъ на него по направленію его движенія въ теченіи

извѣстнаго промежутка времени въ T секундъ. Въ началѣ промежутка скорость его положимъ V, а въ концѣ V′ футовъ въ секунду и положимъ разстояніе проходимое тѣломъ въ это время есть S футовъ. Его начальный моментъ есть MV, а его конечный моментъ MV′, такъ что увеличеніе момента есть M (V′—V), а оно по второму закону движенія равно FT, импульсу силы F дѣйствующей въ теченіи времени T. Поэтому

$$FT = M(V' - V). \qquad (1)$$

Такъ какъ скорость возрастаетъ равномѣрно со временемъ, то средняя скорость есть ариѳметическое среднее начальной и конечной скоростей, или $\frac{1}{2}(V' + V)$.

Мы можемъ также опредѣлить среднюю скорость, раздѣливши пространство S на время T, въ которое оно пройдено. Поэтому

$$\frac{S}{T} = \frac{1}{2}(V' + V). \qquad (2)$$

Перемножая между собою соотвѣтствующія стороны обоихъ уравненій (1) и (2), мы получаемъ

$$FS = \frac{1}{2}MV'^2 - \frac{1}{2}MV^2 \qquad (3)$$

Здѣсь FS есть работа произведенная силою F дѣйствовавшею на тѣло въ то время, какъ оно проходило пространство S въ направленіи силы; и она равна излишку $\frac{1}{2}MV'^2$ противъ $\frac{1}{2}MV^2$. Если мы назовемъ $\frac{1}{2}MV^2$ или половину произведенія массы на квадратъ скорости *кинетической энергіей* тѣла въ началѣ, то $\frac{1}{2}MV'^2$ будетъ кинетической энергіей послѣ того, какъ на него дѣйствовала сила F на пространствѣ S. Здѣсь энергія выражена въ футо-фунтовъ.

Въ переводѣ на слова наше уравненіе говоритъ, что работа произведенная силою F и

состоявшая въ измѣненіи движенія тѣла измѣряется увеличеніемъ кинетической энергіи тѣла въ теченіи времени, въ какое дѣйствовала сила.

Мы доказали, что это положеніе вѣрно относительно промежутка времени столь малаго, что мы можемъ принять силу въ теченіи этого промежутка постоянною и среднюю скорость въ теченіи промежутка равною ариѳметическому среднему изъ начальной и конечной скоростей. Это предположеніе, совершенно вѣрное тогда, когда сила постоянна, какъ бы ни были длинны промежутки, становится во всякомъ случаѣ болѣе и болѣе близкимъ къ истинѣ, чѣмъ меньше и меньше бываютъ принимаемые нами въ соображеніе промежутки времени. Раздѣляя все время дѣйствія на малыя части и доказывая, что въ каждой изъ нихъ произведенная работа равна увеличенію кинетической энергіи тѣла, мы можемъ, слагая послѣдовательныя части работы и послѣдовательныя увеличенія энергіи, придти къ результату, что вся работа произведенная силою равна всему увеличенію кинетической энеріи.

Если сила дѣйствуетъ на тѣло въ направленіи противуположномъ его движенію, то кинетическая энергія тѣла вмѣсто того, чтобы увеличиваться, будетъ уменьшаться и сила вмѣсто того, чтобы производить работу на тѣлѣ, будетъ дѣйствовать какъ сопротивленіе, которое преодолѣвается тѣломъ при его движеніи. Поэтому движущееся тѣло во все время, пока оно движется, можетъ производить работу состоящую въ преодолѣніи препятствія, и работа произведенная движущимся тѣломъ равна уменьшенію

его кинетической энергіи, пока наконецъ совершенно не истощится кинетическая энергія тѣла, когда оно придетъ въ покой. Тогда вся произведенная работа равна всей кинетической энергіи, которую оно имѣло сначала.

Теперь мы видимъ, какъ выразительно слово *кинетическая энергія*, которое мы употребляли до сихъ поръ просто какъ названіе для обозначенія произведенія $^1/_2 MV^2$. Потому что энергія тѣла была опредѣлена какъ его способность производить работу и она измѣрялась работою, которую она можетъ произвести. *Кинетическая* энергія есть энергія, которую тѣло имѣетъ вслѣдствіе того, что оно находится *въ движеніи*, и мы теперь показали, что ея величина выражается $^1/_2 MV^2$ или $^1/_2 MV \times V$, т. е. половиною произведенія его момента на его скорость.

§ 78. Наклонныя силы.

Если сила дѣйствуетъ на тѣло подъ прямымъ угломъ къ направленію его движенія, тогда она не производитъ работы на тѣлѣ и измѣняетъ только направленіе, но не величину скорости. Поэтому кинетическая энергія, которая зависитъ отъ квадрата скорости, остается неизмѣнною.

Если направленіе силы не совпадаетъ съ движеніемъ тѣла и не находится подъ прямымъ угломъ къ нему, то мы можемъ разложить силу на двѣ составляющія ее силы, изъ которыхъ одна находится подъ прямымъ угломъ къ направленію движенія, тогда какъ другая совпа-

даетъ съ направленіемъ движенія (или противоположна ему по направленію).

Первая изъ этихъ составляющихъ силъ можетъ быть оставлена безъ вниманія во всѣхъ вычисленіяхъ относительно энергіи, такъ какъ она не производитъ работы и не измѣняетъ его кинетической энергіи.

Вторая составляющая сила есть та, которую мы уже разсмотрѣли. Если она дѣйствуетъ по направленію движенія, то увеличиваетъ кинетическую энергію тѣла на количество работы, которая произведена на немъ. Когда же она дѣйствуетъ въ противоположномъ направленіи, то кинетическая энергія тѣла уменьшается на количество работы, которое оно производитъ въ противодѣйствіе силѣ.

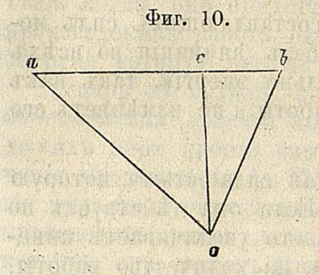
Такимъ образомъ, во всѣхъ случаяхъ увеличеніе кинетической энергіи равно работѣ произведенной на тѣлѣ внѣшними агентами, а уменьшеніе кинетической энергіи равно работѣ произведенной тѣломъ въ противодѣйствіе внѣшнему сопротивленію.

§ 79. Кинетическая энергія двухъ частичекъ отнесенная къ ихъ массовому центру.

Кинетическая энергія матеріальной системы равна кинетической энергіи массы, которая равна массѣ системы и движется со скоростью массоваго центра системы съ прибавленіемъ той кинетической энергіи, которая происходитъ отъ движенія частей системы относительно ея массоваго центра.

Начнемъ съ случая двухъ частичекъ, которыхъ массы суть A и B, а скорости представлены въ діаграмѣ скоростей линіями *oa* и *ob*. Если *c* (фиг. 10) есть массовой центръ частицы равной A находящейся въ *a* и частицы равной B находящейся въ *b*, тогда *oc* представляетъ скорость центра массы двухъ частицъ.

Фиг. 10.



Кинетическая энергія системы есть сумма кинетическихъ энергій частицъ или

$$T = \tfrac{1}{2}\, A oa^2 + \tfrac{1}{2}\, B ob^2.$$

Если мы выразимъ oa^2 и ob^2 черезъ $oc \cdot ca$ и cb, а уголъ $oca = \vartheta$, то получимъ

$$T = \tfrac{1}{2}\, A \cdot oc^2 + \tfrac{1}{2}\, A ca^2 - A \cdot oc \cdot ca \cdot \cos\vartheta$$
$$+ \tfrac{1}{2}\, B \cdot oc^2 + \tfrac{1}{2}\, B cb^2 - B \cdot oc \cdot cb \cdot \cos\vartheta$$

Если мы, производя это сложеніе, будемъ имѣть въ виду, что *c* есть центръ массы A въ *ca* и B въ *b* и такимъ образомъ

$$A \cdot ca + B \cdot cb = 0,$$

то получимъ

$$T = \tfrac{1}{2}\,(A+B)\; oc^2 + \tfrac{1}{2}\, A \cdot ca^2 + \tfrac{1}{2}\, B \cdot cb^2,$$

или кинетическая энергія системы двухъ частичекъ A и B равна кинетической энергіи массы равной (A + B) и движущейся со скоростью массоваго центра съ прибавленіемъ энергіи движенія частицъ относительно массоваго центра.

§ 80. Кинетическая энергія матеріальной системы отнесенная къ ея массовому центру.

Мы начали съ случая двухъ частичекъ, потому что предполагается, что движеніе частички есть движеніе ея массоваго центра, и мы доказали, что наше положеніе вѣрно для системы изъ двухъ частичекъ. Но если это положеніе вѣрно для каждой изъ двухъ матеріальныхъ системъ взятыхъ отдѣльно, то оно должно быть вѣрно и относительно системы, которую они вмѣстѣ составляютъ. Потому что, если мы предположимъ, что *oa* и *ob* представляютъ скорости массовыхъ центровъ двухъ матеріальныхъ системъ A и B, тогда *oc* представитъ скорость массоваго центра соединенной системы (A + B); и если T_A представляетъ кинетическую энергію движенія системы A относительно ея собственнаго массоваго центра и T_B означаетъ тоже самое относительно системы B, тогда, если наше положеніе вѣрно относительно системъ A и B взятыхъ отдѣльно, кинетическая энергія A есть

$$1/2\, A \cdot oa^2 + T_A,$$

а для B

$$1/2\, B \cdot ob^2 + T_B.$$

Поэтому кинетическая энергія цѣлаго будетъ

$$1/2\, A oa^2 + 1/2\, B ob^2 + T_A + T_B$$

или $1/2\,(A + B) oc^2 + 1/2\, A ca^2 + T_A + 1/2\, B cb + T_B.$

Первый членъ этого выраженія означаетъ кинетическую энергію массы, равной массѣ всей системы движущейся со скоростью массоваго центра всей системы.

Второй и третій члены взятые вмѣстѣ представляютъ кинетическую энергію системы А относительно массоваго центра всей системы; а четвертый и пятый представляютъ тоже самое относительно системы В.

Поэтому, если положеніе вѣрно относительно двухъ системъ взятыхъ отдѣльно, то оно вѣрно и относительно системы составленной изъ А и В.

Но мы доказали, что оно вѣрно для случая двухъ частичекъ; поэтому оно вѣрно для трехъ, четырехъ и для всякаго числа частичекъ, а слѣдовательно и для всякой матеріальной системы.

Кинетическая энергія системы, отнесенная къ ея массовому центру, меньше чѣмъ ея кинетическая энергія въ томъ случаѣ, когда послѣдняя отнесена къ какой нибудь другой точкѣ. Потому что послѣднее количество превышаетъ первое на количество равное кинетической энергіи массы, равной массѣ всей системы, движущейся со скоростью массоваго центра относительно другой точки, и такъ какъ всякая кинетическая энергія по существу своему положительна, то этотъ излишекъ долженъ быть положительнымъ.

§ 81. Превратимая кинетическая энергія.

Мы уже видѣли въ § 64, что взаимное дѣйствіе между частями матеріальной системы не можетъ измѣнить скорости массоваго центра системы. Поэтому та часть кинетической энергіи системы, которая зависитъ отъ движенія массоваго центра, не подвергается вліянію никакого внутренняго дѣйствія въ системѣ. Поэтому невозможно посредствомъ взаимнаго дѣйствія частей

системы превратить эту часть энергіи въ работу. Эта энергія непревратима, если система разсматривается сама по себѣ. Она можетъ быть превращена въ работу только посредствомъ дѣйствія между этою системою и какою нибудь другою матеріальною системою, внѣшнею для нея.

Поэтому, если мы будемъ разсматривать матеріальную систему, не имѣющую связи ни съ какою другою системою, то ея превратимая энергія есть та, которая происходитъ отъ движенія частей системы относительно ея массоваго центра.

Предположимъ, что дѣйствіе между частями системы таково, что спустя нѣсколько времени конфигурація системы становится неизмѣнною, и назовемъ это солидированіемъ системы. Мы показали, что угловой моментъ всей системы не измѣняется ни отъ какого взаимнаго дѣйствія между ея частями. Поэтому, если начальный моментъ равенъ нулю, то система, когда ея форма станетъ неизмѣнною, не будетъ вращаться около своего массоваго центра, но будетъ двигаться, если только она движется, параллельно самой себѣ и части будутъ находиться въ покоѣ относительно массоваго центра. Слѣдовательно, въ этомъ случаѣ вся превратимая энергія системы превратится въ работу посредствомъ взаимнаго дѣйствія частей во время солидированія системы.

Но если части системы могутъ удаляться одна отъ другой въ направленіяхъ перпендикулярныхъ къ оси угловаго момента системы и если система, такимъ образомъ расширившаяся, солидируется, тогда оставшаяся кинетическая

энергія вращенія вокругъ массоваго центра будетъ становиться меньше и меньше, чѣмъ больше расширеніе системы, такъ что посредствомъ достаточнаго расширенія системы мы можемъ сдѣлать оставшуюся кинетическую энергію малою до какой угодно степени и всю энергію, происходящую отъ относительнаго движенія къ массовому центру системы, можемъ превратить въ работу внутри системы.

§ 82. Потенціальная энергія.

Потенціальная энергія матеріальной системы есть принадлежащая ей способность производить работу и зависящая отъ другихъ обстоятельствъ, а не отъ движенія системы. Другими словами, потенціальная энергія есть та энергія, которая не есть кинетическая.

Въ теоретической матеріальной системѣ, которую мы строимъ себѣ въ воображеніи изъ основныхъ понятій о матеріи и движеніи, нѣтъ никакихъ другихъ условій, кромѣ конфигураціи и движенія различныхъ массъ, изъ которыхъ состоитъ система. Поэтому въ такой системѣ обстоятельствами, отъ которыхъ должна зависѣть энергія, могутъ быть только движеніе и конфигурація, такъ что если кинетическая энергія зависитъ отъ движенія, то потенціальная должна зависѣть отъ конфигураціи.

Въ нѣкоторыхъ дѣйствительныхъ матеріальныхъ системахъ мы знаемъ, что энергія зависитъ отъ конфигураціи. Такъ, часовая пружина имѣетъ больше энергіи, когда завита, чѣмъ когда она нѣсколько развилась, и двѣ магнитныя полосы имѣютъ больше энергіи, когда онѣ

лежатъ одна подлѣ другой одноименными полюсами въ одну сторону, чѣмъ тогда, когда лежатъ вмѣстѣ разноименные полюсы.

§ 83. Упругость.

Въ часовой пружинѣ мы можемъ нѣсколько далѣе прослѣдить связь между навиваніемъ пружины и тою силою, которую она производитъ, если представимъ себѣ, что пружина раздѣлена (въ воображеніи) на весьма малыя части или элементы. Когда пружина навивается, то форма каждой изъ этихъ частей измѣняется.

Въ твердыхъ тѣлахъ такое измѣненіе формы сопровождается внутренней силой или напряженіемъ; тѣ тѣла, въ которыхъ напряженіе зависитъ только отъ измѣненія формы, называются упругими, а свойство производить напряженіе при измѣненіи формы называется упругостью.

Мы такимъ образомъ находимъ, что навиваніе проволоки вызываетъ измѣненіе формы ея элементовъ и что внѣшняя сила, которую обнаруживаетъ пружина, есть равнодѣйствующая напряженій ея элементовъ.

Этимъ мы замѣщаемъ непосредственное отношеніе между навиваніемъ пружины и силой, которую оно даетъ, отношеніемъ между напряженіями и динамическими дѣйствіями элементовъ пружины; т. е. на мѣсто одного перемѣщенія и одной силы, отношеніе между которыми въ нѣкоторыхъ случаяхъ можетъ быть весьма запутаннымъ, мы ставимъ множество напряженій и такое же число динамическихъ дѣйствій, причемъ каждое напряженіе связано съ соотвѣт-

ствующимъ ему динамическимъ дѣйствіемъ гораздо болѣе простымъ отношеніемъ.

Но и послѣ всего этого сущность связи между конфигураціей и силой остается столь же таинственной, какъ и прежде. Мы можемъ не болѣе какъ только констатировать фактъ и если мы всѣ подобныя явленія называемъ «явленіями упругости», то такая классификація ихъ можетъ оказываться очень удобною, если только мы постоянно будемъ помнить, что употребляя слово упругость, мы этимъ ни мало не объясняемъ причинной связи между конфигураціей и энергіей.

§ 84. Дѣйствіе на разстояніи.

Въ случаѣ съ двумя магнитами нѣтъ видимаго вещества, служащаго связью между тѣлами, между которыми существуетъ динамическое дѣйствіе. Пространство между магнитами можетъ быть занято воздухомъ или водой или же мы можемъ помѣстить магниты въ сосудъ и выкачать изъ него воздухъ посредствомъ воздушнаго насоса, такъ что магниты будутъ находиться въ такъ называемой пустотѣ, и все-таки взаимное дѣйствіе между магнитами не измѣнится. Мы можемъ даже помѣстить между магнитами пластинку изъ стекла, металла или дерева, и все-таки окажется, что ихъ взаимное дѣйствіе зависитъ только отъ ихъ относительнаго положенія и замѣтно не измѣняется отъ помѣщенія между ними какого бы то ни было вещества, если только это вещество не есть одинъ изъ магнитныхъ металловъ.

Поэтому, дѣйствіе между магнитами обыкновенно называется дѣйствіемъ на разстояніи. Была сдѣлана имѣвшая нѣкоторый успѣхъ попытка [1]) свести это дѣйствіе на разстояніи на непрерывное распредѣленіе динамическаго дѣйствія въ невидимой средѣ и такимъ образомъ установить аналогію между магнитнымъ дѣйствіемъ и дѣйствіемъ пружины или веревки при передачѣ силы; но и послѣ этого общій фактъ, что напряженія или измѣненія конфигураціи сопровождаются динамическими дѣйствіями или внутренними силами и что вслѣдствіе этого въ измѣненной системѣ накопляется энергія, есть послѣдній фактъ, который до сихъ поръ еще не былъ объясненъ какъ результатъ какого нибудь болѣе основнаго принципа.

§ 85. Теорія потенціальной энергіи сложнѣе чѣмъ теорія кинетической энергіи.

Мы допускаемъ, что энергія матеріальной системы можетъ зависѣть отъ ея конфигураціи; но родъ этой зависимости гораздо сложнѣе, чѣмъ то отношеніе, по которому кинетическая энергія зависитъ отъ движенія системы. Потому что кинетическая энергія можетъ быть вычислена по движенію частей системы при помощи неизмѣннаго метода. Мы помножаемъ массу каждой части на половину квадрата ея скорости и беремъ сумму всѣхъ этихъ произведеній. Напротивъ, потенціальная энергія происходя-

[1]) Клеркъ Максуэлль, Treatise on Electricity and Magnetism, v. II. Art. 641.

щая отъ взаимнаго дѣйствія двухъ частей системы можетъ зависѣть отъ относительнаго положенія этихъ частей различнымъ образомъ въ различныхъ случаяхъ. Такъ, когда два биліардныхъ шара приближаются одинъ къ другому съ разстоянія, то между ними не бываетъ замѣтнаго дѣйствія до тѣхъ поръ, пока они такъ близко не подойдутъ другъ къ другу, что нѣкоторыя ихъ части придутъ въ видимое соприкосновеніе. Чтобы центры двухъ шаровъ стали сближаться еще больше, для этого соприкасающіяся части должны податься, а на это требуется расходъ силы.

Въ этомъ случаѣ потенціальная энергія постоянна для всѣхъ разстояній, которыя больше разстоянія перваго прикосновенія, и затѣмъ быстро увеличивается съ уменьшеніемъ разстоянія.

Сила между магнитами измѣняется съ разстояніемъ совершенно иначе, и на дѣлѣ мы находимъ, что только при помощи опыта можно узнать форму отношенія между конфигураціей системы и ея потенціальною энергіей.

§ 86. Примѣненіе метода энергіи къ вычисленію силъ.

Полное знаніе того, какимъ образомъ энергія матеріальной системы измѣняется тогда, когда измѣняются конфигурація и движеніе системы, математически равнозначительно знанію всѣхъ динамическихъ свойствъ системы. Математическіе методы для выведенія всѣхъ силъ и динамическихъ дѣйствій въ движущейся системѣ изъ одной математической формулы, ко-

торая выражаетъ энергію какъ функцію перемѣнныхъ, были развиты Лагранжемъ, Гамильтономъ и другими знаменитыми математиками; но было бы трудно дать даже общій очеркъ ихъ при помощи тѣхъ элементарныхъ понятій, которыми мы ограничиваемся въ этой книгѣ. Краткое изложеніе этихъ методовъ находится въ моемъ Treatise on Electricity (Part. IV, Chap. V, Art. 553), а примѣненіе этихъ динамическихъ методовъ къ электромагнитнымъ явленіямъ находится въ слѣдующихъ затѣмъ главахъ.

Но если разсматривать простой случай системы находящейся въ покоѣ, то легко понять, какимъ образомъ мы можемъ узнать силы системы, когда намъ извѣстно, какъ ея энергія зависитъ отъ ея конфигураціи.

Предположимъ, что внѣшній агентъ производитъ въ системѣ перемѣщеніе изъ одной конфигураціи въ другую. Если система въ новой конфигураціи имѣетъ больше энергіи, чѣмъ она имѣла ея прежде, то это приращеніе энергіи она могла получить только отъ внѣшняго агента. Для этого агентъ долженъ былъ произвести количество работы, равное приращенію энергіи. Поэтому онъ долженъ былъ обнаруживать силу въ направленіи перемѣщенія и средняя величина этой силы, помноженная на перемѣщеніе, должна быть равна произведенной работѣ. Слѣдовательно, средняя величина силы можетъ быть найдена, если раздѣлить приращеніе энергіи на перемѣщеніе.

Если перемѣщеніе велико, тогда эта сила можетъ значительно измѣниться во время перемѣщенія, такъ что трудно опредѣлить ея сред-

нюю величину; но такъ какъ сила зависитъ отъ конфигураціи, то когда перемѣщенія будутъ все меньше и меньше, тогда и измѣненія силы будутъ становиться меньше и меньше, такъ что наконецъ мы можемъ смотрѣть на силу какъ на замѣтно постоянную во время перемѣщенія.

Поэтому, если мы вычислимъ для данной конфигураціи *быстроту*, съ какою возрастаетъ энергія съ перемѣщеніемъ по методу, сходному съ описаннымъ въ §§ 27, 28 и 33, то эта быстрота будетъ численно равна силѣ произведенной внѣшнимъ агентомъ въ направленіи перемѣщенія.

Если энергія, вмѣсто того чтобы увеличиваться съ увеличеніемъ перемѣщенія, напротивъ уменьшается, то система должна производить работу на внѣшнемъ агентѣ и сила производимая внѣшнимъ агентомъ посвоему направленію должна быть противуположна направленію перемѣщенія.

§ 87. Специфицированіе направленія силы.

Въ трактатахъ по динамикѣ обыкновенно говорится о тѣхъ силахъ, которыми внѣшній агентъ дѣйствуетъ на матеріальную систему. А въ трактатахъ по электричеству напротивъ говорится обыкновенно о тѣхъ силахъ, которыми наэлектризованная система дѣйствуетъ на внѣшній агентъ, препятствующій системѣ двигаться. Поэтому, необходимо при чтеніи какого нибудь положенія относительно силы каждый разъ уяснять себѣ, съ той или съ другой точки зрѣнія нужно смотрѣть на силу, о которой говорится.

Мы можемъ избѣжать всякой двусмысленности, разсматривая явленіе какъ цѣлое и говоря объ немъ какъ о динамическомъ дѣйствіи между двумя точками или тѣлами и это дѣйствіе называть натяженіемъ или давленіемъ, притяженіемъ или отталкиваніемъ, смотря по его направленію. См. § 55.

§ 88. Примѣненіе къ системѣ находящейся въ движеніи.

Изъ этого слѣдуетъ, что зная потенціальную энергію системы въ каждой возможной конфигураціи, мы можемъ вывести всѣ внѣшнія силы необходимыя для того, чтобы удерживать систему въ этой конфигураціи. Если система находится въ покоѣ и если эти внѣшнія силы дѣйствительно присутствуютъ, то система останется въ равновѣсіи. Если же система находится въ движеніи, то сила дѣйствующая на каждую частичку есть сила происходящая отъ связей системы (равная и противоположная только что вычисленной внѣшней силѣ) съ присоединеніемъ какой нибудь внѣшней силы, которая приложена къ ней. Поэтому, полное знаніе того, какимъ образомъ потенціальная энергія зависитъ отъ конфигураціи, даетъ намъ возможность предсказать всякое возможное движеніе системы при дѣйствіи данныхъ внѣшнихъ силъ, если только мы можемъ справиться съ математическими трудностями вычисленія.

§ 89. Примѣненіе метода энергіи къ изслѣдованію дѣйствительныхъ тѣлъ.

Если мы перейдемъ отъ абстрактной динамики къ физикѣ, отъ матеріальныхъ системъ

не имѣющихъ никакихъ другихъ свойствъ кромѣ тѣхъ, какія даны въ ихъ опредѣленіяхъ, къ дѣйствительнымъ тѣламъ, свойства которыхъ мы должны изслѣдовать, то найдемъ, что есть много явленій, которыхъ мы не можемъ объяснить только измѣненіями въ конфигураціи и движеніями матеріальной системы.

Конечно, если мы начнемъ съ того, что станемъ утверждать, что дѣйствительныя тѣла суть системы состоящія изъ матеріи, которая во всѣхъ отношеніяхъ соотвѣтствуетъ сдѣланнымъ нами опредѣленіямъ, то можемъ идти далѣе и утверждать, что всѣ явленія суть измѣненія конфигураціи и движенія, хотя мы и не можемъ указать тотъ видъ конфигураціи и движенія, какими можно объяснить отдѣльныя явленія. Но въ точной наукѣ такія объясненія должны цѣниться не по ихъ обѣщаніямъ, а по исполненію на дѣлѣ. Конфигурація и движеніе системы суть вещи, которыя допускаютъ точное описаніе, и потому, чтобы объясненіе явленія конфигураціей и движеніемъ матеріальной системы могло быть принято какъ приращеніе нашего научнаго знанія, — конфигураціи, движенія и силы должны быть точно опредѣлены и должно быть показано, что они согласны съ извѣстными фактами и достаточны для объясненія явленія.

§ 90. Перемѣнныя, отъ которыхъ зависитъ энергія.

Но если даже изучаемыя нами явленія и не могутъ быть объяснены динамически, то мы всетаки можемъ пользоваться этимъ принципомъ, какъ руководствомъ при нашихъ изслѣдованіяхъ.

Чтобы примѣнить этотъ принципъ, мы прежде всего принимаемъ, что количество энергіи въ матеріальной системѣ зависитъ отъ состоянія этой системы, такъ что для каждаго даннаго состоянія есть опредѣленное количество энергіи.

Поэтому, первый шагъ, состоитъ въ томъ, чтобы опредѣлить различныя состоянія системы, и если мы имѣемъ дѣло съ дѣйствительными тѣлами, то должны опредѣлить ихъ состояніе не только относительно конфигураціи и движенія ихъ видимыхъ частей, но еще если мы имѣемъ основаніе предполагать, что на видимое явленіе вліяетъ конфигурація и движеніе ихъ невидимыхъ частичекъ, то должны придумать какой нибудь методъ, чтобы опредѣлить энергію возникающую также и отъ этого.

Такъ, давленіе, температура, электрическій потенціалъ и химическій составъ суть измѣняющіяся количества, величины которыхъ служатъ намъ для спецификированія состоянія тѣла; и вообще, энергія тѣла зависитъ отъ величны этихъ и другихъ перемѣнныхъ.

§ 91. Энергія, выражаемая перемѣнными.

Затѣмъ, дальнѣйшій шагъ при изслѣдованіи состоитъ въ томъ, чтобы опредѣлить, какъ много работы на тѣлѣ долженъ произвести внѣшній агентъ, чтобы перевести его изъ одного специфицированнаго состоянія въ другое.

Для этой цѣли достаточно знать работу потребную для того, чтобы перевести тѣло изъ одного изъ его состояній, которое мы называемъ начальнымъ, въ какое нибудь другое специфицированное состояніе. Энергія его въ этомъ

послѣднемъ состояніи равна энергіи въ начальномъ состояніи съ прибавленіемъ работы, которая нужна была для того, чтобы перевести его изъ начальнаго состоянія въ специфицированное. Тотъ фактъ, что эта работа всегда одинакова, черезъ какой бы рядъ состояній ни прошла система отъ ея начальнаго состоянія до специфицированнаго, составляетъ основаніе всей теоріи энергіи.

Такъ какъ всѣ явленія зависятъ отъ измѣненій энергіи тѣла, а не отъ полной величины ея, то нѣтъ надобности, даже если бы это было возможно, опредѣлять величину энергіи тѣла въ его начальномъ состояніи.

§ 92. Теорія теплоты.

Одно изъ важнѣйшихъ приложеній принципа сохраненія энергіи есть ея приложеніе къ изслѣдованію сущности теплоты.

Прежде предполагали, что различіе между состояніями тѣла, когда оно тепло и холодно, зависитъ отъ присутствія вещества называвшагося теплородомъ и что когда тѣло тепло, то этого вещества въ немъ больше, чѣмъ когда оно холодно. Но опыты Румфорда надъ теплотою производимою треніемъ металла и опыты Деви надъ таяніемъ льда отъ тренія показали, что когда тратится работа на преодолѣніе тренія, то количество развивающейся при этомъ теплоты бываетъ пропорціонально произведенной работѣ.

Опыты Гирна также показали, что когда теплота производитъ работу въ паровой машинѣ, то часть теплоты тратится и что истраченная

теплота бываетъ пропорціональна произведенной работѣ.

Весьма тщательпыя измѣренія работы употребленной на треніе и развившейся при этомъ теплоты были сдѣланы Джоулемъ, который нашелъ, что теплота требующаяся для того, чтобы повысить температуру фунта воды съ 39° до 40° Ф. равняется 772 футо-фунтамъ работы въ Манчестерѣ или 24858 футо-поундалямъ.

Изъ этого слѣдуетъ, что теплота необходимая для нагрѣванія одного грама воды съ 3° Ц. на 4° Ц. равна 42,000,000 эргъ.

§ 93. Теплота есть форма энергіи.

Если такимъ образомъ теплота можетъ быть произведена, то она конечно не можетъ быть веществомъ, и такъ какъ вездѣ, гдѣ при треніи тратится механическая энергія, развивается теплота и всегда, когда въ машинѣ получается работа, тратится теплота, и такъ какъ количество истраченной или пріобрѣтенной энергіи пропорціонально количеству развившейся или исчезнувшей теплоты, — то мы и заключаемъ, что теплота есть форма энергіи.

Кромѣ того мы имѣемъ основаніе думать, что маленькія частички нагрѣтаго тѣла находятся въ состояніи сильнаго волненія, т. е. что каждая частичка движется весьма быстро, но что направленіе ея движенія измѣняется такъ часто, что она имѣетъ весьма мало или же вовсе не имѣетъ поступательнаго движенія въ тѣлѣ съ одного мѣста на другое.

А если это такъ, то часть, и можетъ быть

весьма большая часть, энергіи теплаго тѣла должна имѣть форму кинетической энергіи.

Но для нашей настоящей цѣли нѣтъ необходимости удостовѣряться, въ какой формѣ энергія существуетъ въ нагрѣтомъ тѣлѣ; самое важное значеніе имѣетъ тотъ фактъ, что энергія можетъ быть измѣрена въ формѣ теплоты, и такъ какъ каждая форма энергіи можетъ быть превращена въ теплоту, то мы имѣемъ въ этомъ одинъ изъ самыхъ удобныхъ методовъ для измѣренія энергіи.

§ 94. Энергія, измѣряемая какъ теплота.

Такъ напр., когда приходятъ въ соприкосновеніе извѣстныя вещества, то происходятъ химическія дѣйствія, вещества соединяются инымъ образомъ и вещества въ этой новой группировкѣ имѣютъ уже химическія свойства отличныя отъ тѣхъ, какія они имѣли при прежней группировкѣ. Вовремя этого процесса можетъ быть произведена механическая работа вслѣдствіе расширенія смѣси, какъ напр. при горѣніи пороха, можетъ произойти электрическій токъ, какъ въ вольтовой баттареѣ, и можетъ развиваться теплота, какъ при большей части химическихъ процессовъ.

Энергія обнаруживающаяся въ формѣ механической работы можетъ быть измѣрена прямо или посредствомъ тренія можетъ быть превращена въ теплоту. Энергія употребленная на произведеніе электрическаго тока можетъ быть измѣрена какъ теплота, если заставить токъ проходить по проводнику такой формы, что развивающаяся въ немъ теплота можетъ быть легко

измѣрена. Нужно тщательно наблюдать за тѣмъ, чтобы энергія не уходила куда нибудь на разстояніе въ формѣ звука или лучистой теплоты, или же если она уходитъ, то ее нужно принимать въ разсчотъ при вычисленіи.

Энергія оставшаяся въ соединеніи вмѣстѣ съ тою энергіею, которая ушла, должна быть равна первоначальной энергіи.

Андрьюсъ, Фавръ, Зильберманъ и другіе измѣрили количества теплоты развивающейся тогда, когда извѣстное количество кислорода или хлора соединяется съ эквивалентнымъ ему количествомъ другихъ веществъ. Эти измѣренія даютъ возможность вычислить излишекъ энергіи, который имѣли подлежащія вещества въ своемъ первоначальномъ состояніи до соединенія, противъ той энергіи, какую они имѣютъ послѣ соединенія.

§ 95. Предстоящія задачи науки.

Хотя уже много было сдѣлано прекрасныхъ работъ въ этомъ родѣ, однакоже пространство изслѣдованнаго до сихъ поръ поля представляется очень незначительнымъ въ сравненіи съ безграничнымъ разнообразіемъ и сложностью естественныхъ тѣлъ, съ которыми намъ приходится имѣть дѣло.

Спеціальная задача, предстоящая физикамъ при настоящемъ состояніи науки, есть опредѣленіе количества энергіи, которая входитъ въ матеріальную систему или выходитъ изъ нея во время перехода системы отъ ея начальнаго состоянія до какого нибудь другаго опредѣленнаго состоянія.

§ 96. Исторія ученія объ энергіи.

Первымъ понявшимъ научную важность дать особое названіе количеству, которое мы называемъ кинетической энергіей, былъ Лейбницъ, назвавшій произведеніе массы на квадратъ скорости vis viva, живою силою. Живая сила значитъ вдвое болѣе кинетической энергіи.

Ньютонъ въ «Примѣчаніи къ законамъ движенія» выражаетъ отношеніе между количествомъ, въ какомъ работа производится внѣшнимъ агентомъ, и количествомъ, въ какомъ отдается, накопляется или превращается въ какой нибудь машинѣ или другой матеріальной системѣ, слѣдующимъ положеніемъ, которое онъ установилъ для того, чтобы показать обширность примѣненія третьяго закона движенія.

«Если дѣйствіе внѣшняго агента измѣряется произведеніемъ его силы на квадратъ его скорости, а противодѣйствіе сопротивленія измѣряется точно также произведеніемъ скорости каждой части системы на сопротивляющуюся силу происходящую отъ тренія, сцѣпленія, вѣса и ускоренія, то дѣйствіе и противодѣйствія будутъ равны между собою, каковы бы ни были сущность и движеніе системы». Что въ этомъ положеніи Ньютона содержится непрямо почти все ученіе объ энергіи, — это первые показали Томсонъ и Тетъ.

Слова дѣйствіе и противодѣйствіе по смыслу формулированія третьяго закона движенія означаютъ силы, т. е. они выражаютъ одно и то же динамическое дѣйствіе, разсматриваемое съ противоположныхъ точекъ зрѣнія.

Однако въ вышеприведенномъ мѣстѣ этимъ словамъ приданъ новый, совершенно иной смыслъ тѣмъ, что дѣйствіе и реакція измѣряются произведеніемъ силы на скорость точки ея приложенія. По этому опредѣленію дѣйствіе внѣшняго агента равнозначительно съ количествомъ произведенной имъ работы. Это и есть то, что обыкновенно разумѣется подъ силою паровой машины или другаго двигателя. Она обыкновенно измѣряется числомъ идеальныхъ лошадей, которыя были бы нужны, чтобы произвести работу въ такое же время какъ машина, и называется лошадиною силою машины.

Если мы желаемъ выразить однимъ словомъ быстроту, съ которою агентъ производитъ работу, то называемъ ее силою агента, опредѣляя эту силу какъ работу произведенную въ единицу времени.

Терминъ энергія въ точномъ и научномъ смыслѣ для выраженія количества работы, которую можетъ произвести матеріальная система, введенъ въ употребленіе Юнгомъ *).

§ 97. Различныя формы энергіи.

Энергія, которую имѣетъ тѣло въ силу своего движенія, называется кинетической энергіей. Но система также можетъ имѣть энергію и въ силу своей конфигураціи, если силы системы таковы, что система будетъ производить работу въ противодѣйствіе внѣшнему сопротивленію въ то время какъ она переходитъ въ другую конфигурацію. Эта энергія называется потен-

*) Lectures on Natural Philosophy, Lect. VIII.

ціальной энергіей. Такъ, если камень поднятъ до извѣстной высоты надъ земною поверхностью, то система изъ двухъ тѣлъ, камня и земли, имѣетъ потенціальную энергію и можетъ произвести извѣстное количество работы, въ то время какъ камень будетъ падать внизъ. Эта потенціальная энергія происходитъ отъ того обстоятельства, что камень и земля притягиваютъ другъ друга, такъ что долженъ былъ производить работу тотъ человѣкъ, который поднялъ его и оттянулъ отъ земли; и послѣ того, какъ камень поднятъ, притяженіе между камнемъ и землею можетъ при паденіи камня произвести работу. Поэтому этотъ видъ энергіи зависитъ отъ работы, которую могли бы произвести силы системы, если бы части системы поддались дѣйствію этихъ силъ. Онъ былъ названъ Гельмгольцемъ въ его знаменитомъ мемуарѣ *О сохраненіи силы* «суммою силъ напряженія». Томсонъ назвалъ его статической энергіей; называли его также энергіею положенія; но Ранкинъ ввелъ въ употребленіе терминъ потенціальная энергія— весьма удачное выраженіе, потому что оно не только обозначаетъ энергію, которой система въ дѣйствительности не имѣетъ, а только имѣетъ способность пріобрѣсти, но еще указываетъ на связь его съ тѣмъ, что было названо (по другимъ основаніямъ) потенціальной функціей.

Различныя формы, въ какихъ энергія существуетъ въ матеріальныхъ системахъ, были отнесены къ тому или другому изъ этихъ двухъ классовъ: кинетической энергіи, происходящей отъ движенія, и потенціальной энергіи происходящей отъ конфигураціи.

Такъ, теплое тѣло, отдавая теплоту холодному, можетъ производить работу, заставляя холодное тѣло расширяться въ противоположность давленію. Поэтому, матеріальная система, въ которой нѣтъ равномѣрнаго распредѣленія температуры, имѣетъ способность производить работу, т. е. имѣетъ энергію. Эту энергію считаютъ въ настоящее время кинетическою энергіею, происходящею отъ движенія малѣйшихъ частичекъ теплаго тѣла.

Порохъ имѣетъ энергію, потому что когда онъ воспламеняется, то получаетъ способность сообщать движеніе пушечному ядру. Энергія пороха есть химическая энергія и происходитъ отъ способности его составныхъ частей при взрывѣ располагаться инымъ образомъ и при этомъ занимать гораздо большій объемъ, чѣмъ занималъ порохъ. При настоящемъ состояніи науки химики представляютъ себѣ химическое дѣйствіе какъ измѣненіе въ расположеніи частицъ при дѣйствіи силъ стремящихся произвести это измѣненіе расположенія. Слѣдовательно, съ этой точки зрѣнія химическая энергія есть потенціальная энергія.

Воздухъ сжатый въ камерѣ духоваго ружья способенъ сообщать полетъ пулѣ. Прежде предполагали, что энергія сжатаго воздуха происходитъ отъ взаимнаго отталкиванія его частичекъ. Если бы это объясненіе было вѣрно, то его энергія была бы потенціальной энергіей. Въ настоящее же время думаютъ, что частицы воздуха находятся въ состояніи движенія и что его давленіе происходитъ отъ ударовъ этихъ частичекъ о стѣнки сосуда. По этой теоріи

энергія сжатаго воздуха есть кинетическая энергія.

Есть такимъ образомъ много различныхъ формъ, въ которыхъ матеріальная система можетъ обладать энергіей и въ нѣкоторыхъ случаяхъ можетъ быть сомнительнымъ, имѣетъ ли энергія кинетическую или потенціальную форму. Однако, сущность энергіи одинакова, въ какой бы формѣ она ни являлась. Количество энергіи всегда можетъ быть выражено какъ количество тѣла, имѣющаго опредѣленную массу и движущагося съ опредѣленною скоростью.

ГЛАВА VI.

Обзоръ пройденнаго.

§ 98. Взглядъ на отвлеченную динамику.

Мы прошли ту часть основной науки о движеніи матеріи, которую можно было изложить въ элементарномъ видѣ, достаточно соотвѣтствующемъ плану этой книги.

Намъ остается теперь бросить общій взглядъ на отношеніе между частями этой науки и на отношеніе ея какъ цѣлаго къ другимъ частямъ физики, и мы можемъ сдѣлать это теперь болѣе удовлетворительно чѣмъ тогда, когда мы вовсе не были знакомы съ предметомъ.

§ 99. Кинематика.

Мы начали съ кинематики или науки о чистомъ движеніи. Въ этомъ отдѣлѣ науки мы

имѣли дѣло съ понятіями пространства и времени. Единственный атрибутъ матеріи, представлявшійся намъ здѣсь, есть непрерывность ея существованія въ пространствѣ и времени, именно тотъ фактъ, что каждая частичка матеріи во всякій моментъ времени находится въ какомъ нибудь мѣстѣ и только въ одномъ мѣстѣ и что измѣненіе ея мѣста въ теченіи какого-нибудь промежутка времени сооровождается движеніемъ по непрерывному пути.

Въ чистой наукѣ о движеніи мы не принимаемъ въ соображеніе ни силы, которая вліяетъ на движеніе тѣла, ни массы тѣла, отъ которой зависитъ количество силы потребной для произведенія движенія.

§ 100. Сила.

Въ слѣдующемъ отдѣлѣ разсматривается сила въ видѣ того, что измѣняетъ движеніе массы.

Если мы ограничиваемъ наше вниманіе только однимъ тѣломъ, то наше изслѣдованіе даетъ намъ возможность посредствомъ наблюденія надъ его движеніями опредѣлить направленіе и величину равнодѣйствующей силы, которая дѣйствуетъ на него, и это изслѣдованіе есть примѣръ и типъ всѣхъ изслѣдованій, предпринимаемыхъ съ цѣлью открытія и измѣренія физическихъ силъ.

Однако, на это можно смотрѣть просто только какъ на примѣненіе опредѣленія силы, а не какъ на новую физическую истину.

Только тогда, когда мы перейдемъ къ опредѣленію равныхъ силъ, какъ такихъ, которыя

производятъ одинаковыя степени быстроты ускоренія въ равныхъ массахъ и къ опредѣленію равныхъ массъ какъ такихъ, которыя ускоряются одинаково равными силами, мы находимъ, что эти опредѣленія равенства приводятъ къ установленію той физической истины, что сравненіе количествъ матеріи посредствомъ силъ необходимыхъ для произведенія въ нихъ даннаго ускоренія есть методъ, который всегда приводитъ къ согласнымъ результатамъ, каковы бы ни были абсолютныя величины силъ и ускореній.

§ 101. Динамическое дѣйствіе.

Дальнѣйшій шагъ въ наукѣ о силѣ состоялъ въ томъ, что мы отъ разсмотрѣнія силы какъ дѣйствующей на тѣло перешли къ тому соображенію, что это только одна сторона того взаимнаго дѣйствія между тѣлами, которое Ньютонъ назвалъ дѣйствіемъ и противодѣйствіемъ и которое мы теперь называемъ динамическимъ дѣйствіемъ.

§ 102. Относительность динамическихъ знаній.

Весь нашъ прогрессъ до сихъ поръ можно представить, какъ постепенное развитіе ученія объ относительности всѣхъ физическихъ явленій. Положеніе мы очевидно должны признать относительнымъ, потому что мы не можемъ описать положенія тѣла какими нибудь терминами, которые не выражали бы отношенія. Обыкновенное словоупотребленіе о движеніи и покоѣ повидимому не такъ рѣшительно исключаетъ понятіе объ ихъ абсолютномъ измѣреніи, но

причина этого та, что въ обыкновенной рѣчи мы подразумѣваемъ молча, будто земля находится въ покоѣ.

Чѣмъ яснѣе становятся наши понятія о пространствѣ и движеніи, тѣмъ яснѣе мы видимъ, что всѣ наши динамическія доктрины составляютъ одну связную систему.

Съ перваго раза намъ можетъ казаться, что мы какъ сознательныя существа обладаемъ какъ существеннымъ элементомъ нашихъ познаній абсолютнымъ знаніемъ мѣста, гдѣ мы находимся, и направленія, въ которомъ мы движемся. Но это понятіе, которое несомнѣнно раздѣляли великіе умы древности, мало по малу исчезло въ умахъ, занимающихся изученіемъ физики.

Въ пространствѣ нѣтъ никакихъ указательныхъ столбовъ и знаковъ мѣстности; одна часть пространства совершенно сходна со всякою другою частью, такъ что мы не можемъ сказать, гдѣ мы находимся. Мы находимся, такъ сказать, на спокойной поверхности океана, безъ звѣздъ, безъ компаса и лота, безъ вѣтра или приливовъ, и мы не можемъ сказать, въ какомъ направленіи мы движемся. Мы не имѣемъ лага, чтобы могли выбросить его и помощью его сдѣлать вычисленіе; мы можемъ вычислить степень быстроты нашего движенія относительно сосѣднихъ тѣлъ, но мы не знаемъ, какъ эти тѣла движутся въ пространствѣ.

§ 103. Относительность силы.

Мы даже не можемъ сказать, какая сила дѣйствуетъ на насъ; мы можемъ только указать

различіе между силою, которая дѣйствуетъ на одну вещь и силою, которая дѣйствуетъ на другую.

Нашъ ежедневный опытъ представляетъ намъ ясный примѣръ этого. Земля движется въ годъ вокругъ солнца на разстояніи 91,520,000 англійскихъ миль или $1{,}473 \times 10^{13}$ центиметровъ. Изъ этого слѣдуетъ, что на землю дѣйствуетъ сила по направленію къ солнцу, которая производитъ ускореніе земли по направленію къ солнцу около 0,019 футовъ въ секунду или около $^1/_{1680}$ напряжонности тяжести на земной поверхности.

Сила равная одной тысяча-шестисотой части вѣса тѣла легко можетъ быть измѣрена извѣстными экспериментальными методами, особенно еслибы направленіе этой силы въ различные часы дня было различно наклонено къ отвѣсной линіи.

Еслибы притяженіе солнца дѣйствовало только на компактную массу земли, а не на подвижныя тѣла, надъ которыми мы экспериментируемъ, то тѣло подвѣшенное на ниткѣ и движущееся вмѣстѣ съ землею показало бы разницу между дѣйствіемъ солнца на это тѣло и его же дѣйствіемъ на землю какъ на цѣлое.

Если бы напр. солнце притягивало только землю, а не подвѣшенное тѣло, тогда при восходѣ солнца точка привѣса, которая неподвижно соединена съ землею, притягивалась бы солнцемъ, между тѣмъ какъ на подвѣшенное тѣло дѣйствовало бы только земное притяженіе и поэтому нитка казалась бы отклонившеюся отъ солнца на одну тысяча-шестисотую часть ея

длины. При заходѣ солнца нитка казалась бы уклонившеюся отъ заходящаго солнца на такую же величину, и такъ какъ солнце заходитъ въ другомъ мѣстѣ горизонта, а не тамъ, гдѣ оно всходило, то нитка отклонялась бы въ различныхъ направленіяхъ и разницу въ направленіи отвѣса при восходѣ и заходѣ солнца можно было бы наблюдать легко.

Но вмѣсто этого притяженіе тяготѣнія дѣйствуетъ на всѣ роды матеріи одинаково на одинаковомъ разстояніи отъ притягивающаго тѣла. При восходѣ и заходѣ солнца центръ земли и подвѣшеннаго тѣла находятся почти на одинаковомъ разстояніи отъ солнца, и въ эти времена не можетъ быть замѣчено никакого уклоненія отвѣсной линіи вслѣдствіе солнечнаго притяженія. Такимъ образомъ притяженіе солнца, поскольку оно дѣйствуетъ одинаково на всѣ тѣла на землѣ, не производитъ никакого дѣйствія на ихъ относительныя движенія. Только различія въ напряженности и направленіи притяженія дѣйствующаго на различныя части земли могутъ произвести какое нибудь дѣйствіе; но эти различія столь малы для тѣлъ, не очень значительно удаленныхъ одно отъ другого, что только тогда, когда тѣло, на которое производится дѣйствіе, очень велико, они становятся замѣтными, какъ напр. въ океанѣ въ формѣ приливо-отливовъ.

§ 104. Вращеніе

Во всемъ сказанномъ до сихъ поръ о движеніи тѣлъ мы подразумѣвали, что при сравненіи между собою двухъ конфигурацій системы

мы можемъ въ конечной конфигураціи системы провести линію, параллельную линіи въ начальной конфигураціи. Другими словами, мы принимали, что есть извѣстныя направленія въ пространствѣ, на которыя можно смотрѣть какъ на постоянныя и къ которымъ могутъ быть относимы всѣ другія направленія во время движенія системы.

Въ астрономіи линія проведенная отъ земли къ звѣздѣ можетъ быть разсматриваема какъ неизмѣнная по своему направленію; потому что относительное движеніе земли и звѣзды вообще такъ мало въ сравненіи съ разстояніемъ между ними, что измѣненіе въ направленіи соединяющей ихъ линіи даже въ теченіи столѣтія крайне мало. Но очевидно, что всѣ такія направленія, къ которымъ могутъ быть относимы другія направленія, должны указываться конфигураціей матеріальной системы въ пространствѣ и что если бы эта система сдвинулась, то нельзя было бы узнать первоначальныя главныя направленія.

Но хотя и невозможно опредѣлить абсолютную скорость тѣла въ пространствѣ, однако же возможно опредѣлить то, сохраняется ли постояннымъ или измѣняется направленіе линіи въ матеріальной системѣ.

Такъ напр. возможно посредствомъ наблюденій только на землѣ безъ отношенія къ небеснымъ тѣламъ опредѣлить, вращается ли земля или нѣтъ.

Для геометрической конфигураціи земли и небесныхъ тѣлъ очевидно совершенно безразлично, движется ли земля по небу или небо вокругъ земли. Разстоянія между тѣлами состав-

ляющими вселенную какъ небесными, такъ и земными и углы между линіями соединяющими ихъ—вотъ все, что мы можемъ опредѣлить, не прибѣгая къ динамическимъ принципамъ. Но эти разстояніи и углы не измѣнятся, если какое нибудь вращательное движеніе всей системы, подобное вращенію твердаго тѣла около оси, присоединится къ дѣйствительному движенію; такъ что съ геометрической точки зрѣнія Коперникова система, по которой вращается земля, не имѣетъ никакого преимущества, за исключеніемъ простоты, надъ тою системою, по которой земля остается въ покоѣ, а видимыя движенія небесныхъ тѣлъ суть ихъ дѣйствительныя движенія.

Если мы пойдемъ еще дальше и возьмемъ заимствованныя изъ механики основанія въ пользу вращенія земли на оси, то увидимъ, что сплюснутую форму земли, также какъ равновѣсіе океана и всѣхъ тѣлъ на ея поверхности мы можемъ объяснить тою и другою изъ этихъ теорій, т. е. какъ движеніемъ земли на оси, такъ и предположеніемъ, что земля не вращается, но приняла сплюснутую форму отъ дѣйствія силы, дѣйствующей наружу во всѣхъ направленіяхъ отъ ея оси, причемъ напряженность этой силы возрастаетъ съ увеличеніемъ разстоянія отъ оси. Такою силою дѣйствующею одинаково на всѣ роды матеріи можно было бы объяснить не только сплюснутость земли, но и условія равновѣсія всѣхъ тѣлъ находящихся въ покоѣ относительно земли.

Только тогда, когда мы пойдемъ далѣе и разсмотримъ явленія въ тѣлахъ находящихся въ движеніи относительно земли, мы окажемся

вынужденными согласиться, что земля вращается.

§ 105. Ньютоновское опредѣленіе абсолютной скорости вращенія.

Ньютонъ первый показалъ, что абсолютное вращеніе земли можетъ быть доказано посредствомъ опытовъ надъ вращеніемъ матеріальной системы. Напр., если привѣсить къ балкѣ на веревкѣ ведро воды и закрутить веревку такъ, чтобы она вращала ведро около вертикальной оси, то и вода будетъ вращаться съ такою же скоростью какъ ведро, такъ что система изъ воды и ведра будетъ вращаться около оси какъ твердое тѣло.

Во вращающемся ведрѣ вода у стѣнокъ подымается вверхъ, а посерединѣ опускается внизъ, — что показываетъ, что для того, чтобы вода двигалась кругомъ, давленіе должно дѣйствовать по направленію къ оси. Эта вогнутость поверхности зависитъ отъ абсолютнаго вращенія воды, а не отъ ея относительнаго вращенія.

Напр., она не зависитъ отъ вращенія относительно ведра. Потому что при началѣ опыта, когда мы приводимъ ведро въ вращательное движеніе и прежде чѣмъ вода приметъ участіе въ движеніи, вода и сосудъ находятся въ относительномъ движеніи, но поверхность воды бываетъ плоская, потому что вода не вращается, а только ведро.

Когда вода и ведро вращаются вмѣстѣ, то нѣтъ у нихъ относительнаго движенія, и поверхность воды бываетъ вогнутая, потому что вода вращается.

Когда ведро остановится, то поверхность во все время, пока вода продолжаетъ еще вращаться, остается вогнутою; — это показываетъ, что она вращается, хотя ведро уже перестало вращаться.

Очевидно также, что въ этомъ опытѣ безразлично, будетъ ли совершаться вращеніе по направленію движенія стрѣлокъ въ часахъ или же въ противоположномъ направленіи, только бы скорость вращенія была такая же.

Теперь мы предположимъ, что этотъ опытъ производится на сѣверномъ полюсѣ. Устроимъ такъ при помощи часоваго механизма, чтобы ведро вращалось то въ направленіи движенія часовыхъ стрѣлокъ, то въ противоположномъ направленіи съ совершенно равною скоростью.

Если часовой механизмъ вращаетъ ведро одинъ разъ въ 24 часа (звѣздное время) въ томъ направленіи, какъ движутся часовыя стрѣлки, если держать часы циферблатомъ вверхъ, то оно будетъ вращаться относительно земли, но не будетъ вращаться относительно звѣздъ.

Если остановить часовой механизмъ, то оно будетъ вращаться относительно звѣздъ, но не относительно земли.

Наконецъ, если его заставить вращаться одинъ разъ въ 24 часа (звѣздное время) въ противоположномъ направленіи, то оно будетъ вращаться относительно земли съ тою же быстротою, какъ и въ первомъ случаѣ; но вмѣсто того, чтобы не имѣть вращенія относительно звѣздъ, оно будетъ вращаться съ быстротою одного оборота втеченіи 24 часовъ.

Поэтому, если земля находится въ покоѣ, а звѣзды движутся вокругъ нея, то форма поверх-

ности воды въ ведрѣ будетъ одинакова въ первомъ и второмъ случаѣ; если же вращается земля, то вода будетъ вращаться во второмъ случаѣ, но не въ первомъ, и это можно будетъ узнать по тому, что вода поднимется у стѣнокъ въ послѣднемъ случаѣ выше, чѣмъ въ первомъ.

Поверхность воды въ дѣйствительности не будетъ вогнутою ни въ одномъ предполагаемомъ случаѣ, потому что эффектъ тяготѣнія дѣйствующаго по направленію къ центру стремится сдѣлать поверхность воды выпуклою подобно поверхности моря, и скорость вращенія въ нашемъ опытѣ недостаточно быстра, чтобы сдѣлать поверхность вогнутою. Она будетъ достаточна только для того, чтобы сдѣлать поверхность въ послѣднемъ случаѣ нѣсколько менѣе выпуклою, а въ первомъ нѣсколько болѣе выпуклою. Но разница въ формѣ поверхности воды была бы такъ крайне мала, что при нашихъ средствахъ измѣренія напрасно было бы пытаться опредѣлить вращеніе земли этимъ способомъ.

§ 106. Маятникъ Фуко.

Самый удовлетворительный методъ производства опыта для этой цѣли придуманъ Фуко. Тяжолый шаръ подвѣшивается къ неподвижной точкѣ посредствомъ проволоки, такъ чтобы онъ могъ качаться подобно маятнику во всякой вертикальной плоскости, проходящей черезъ неподвижную точку.

Когда маятникъ приводится въ движеніе, то нужно особенно стараться о томъ, чтобы въ самой низшей точкѣ качанія проволока прохо-

дила какъ разъ черезъ то положеніе, которое она занимаетъ, когда маятникъ виситъ вертикально. Если онъ пройдетъ по одну сторону мимо этого положенія, то при обратномъ качаніи пройдетъ по другую; этого движенія вокругъ вертикали, а не по самой вертикали, нужно избѣгать, такъ какъ мы можемъ устранить всякія движенія вращенія какъ въ одномъ, такъ и въ другомъ направленіи.

Разсмотримъ теперь угловой моментъ маятника около вертикальной линіи, проходящей черезъ точку прикрѣпленія.

Въ то мгновевіе, когда проволока маятника проходитъ черезъ вертикальную линію, угловой моментъ около вертикальной линіи равенъ нулю.

Сила тяжести всегда дѣйствуетъ параллельно этой вертикальной линіи, такъ что она не можетъ произвести угловаго момента вокругъ этой линіи какъ оси. Натяженіе проволоки дѣйствуетъ всегда по направленію къ точкѣ прикрѣпленія, такъ что оно не можетъ произвести никакого угловаго движенія около вертикальной линіи.

Поэтому маятникъ никогда не можетъ пріобрѣсти углового момента около вертикальной линіи идущей черезъ точку привѣса.

Поэтому, когда маятникъ выведенъ изъ вертикальнаго положенія, то вертикальная плоскость проходящая черезъ центръ шара и точку привѣса не будетъ вращаться; потому что если бы она вращалась, то маятникъ имѣлъ бы угловой моментъ около вертикальной линіи.

Теперь предположимъ, то этотъ опытъ производится на сѣверномъ полюсѣ. Плоскость ка-

чанія маятника будетъ оставаться абсолютно постоянною въ своемъ направленіи; такъ что если земля вращается, то вращеніе ея дѣлается замѣтнымъ.

Для этого намъ нужно только начертить на землѣ линію параллельную плоскости качанія и сравнить положеніе этой линіи съ линіею плоскости качанія спустя нѣкоторое время

Такъ какъ маятникъ этого рода надлежащимъ образомъ подвѣшенный можетъ качаться втеченіи нѣсколькихъ часовъ, что легко убѣдиться, остается ли положеніе плоскости качанія постояннымъ относительно земли, что было бы въ томъ случаѣ, если бы земля находилась въ покоѣ, или постояннымъ относительно звѣздъ, если бы звѣзды не вращались вокругъ земли.

Для простоты мы предполагали, что опытъ производится на сѣверномъ полюсѣ. Но на самомъ дѣлѣ нѣтъ надобности идти на полюсъ, чтобы экспериментально доказать вращеніе земли. Единственное мѣсто, на которомъ опытъ не дастъ результата, есть экваторъ.

Во всякомъ другомъ мѣстѣ маятникъ покажетъ быстроту вращенія земли относительно вертикальной линіи въ этомъ мѣстѣ. Если въ какое нибудь мгновеніе плоскость качанія маятника проходитъ черезъ звѣзду восходящую или заходящую, то она будетъ продолжать проходить черезъ эту звѣзду, во все время пока она будетъ близъ горизонта, т. е. горизонтальная часть видимаго движенія звѣзды находящейся на горизонтѣ равна видимой скорости вращенія плоскости качанія маятника.

Наблюденіе показало, что въ южномъ полу-

шаріи плоскость качанія кажется вращающеюся въ противоположномъ направленіи и изъ сравненія быстроты видимаго вращенія маятника въ различныхъ мѣстахъ было выведено дѣйствительное время вращенія земли на оси безъ помощи астрономическихъ наблюденій. Средняя величина, выведенная отъ этихъ экспериментовъ Гальбресомъ и Гуфтономъ въ ихъ Manual of Astronomy, есть 23 ч. 53 м. 37 с. Истинное время вращенія земли есть 23 ч. 59 м 4 с. средняго солнечнаго времени.

§ 107. Матерія и энергія.

Все, что мы знаемъ о матеріи, сводится на рядъ явленій, въ которыхъ энергія переносится отъ одной части матеріи къ другой, пока въ какой нибудь части этого ряда не подѣйствуетъ на наше тѣло и тогда мы сознаемъ въ себѣ ощущеніе.

Посредствомъ умственнаго процесса основаннаго на такихъ ощущеніяхъ мы приходимъ къ познанію условій этихъ ощущеній и можемъ прослѣдить ихъ до предметовъ, которые не составляютъ части насъ самихъ; но въ каждомъ случаѣ фактъ, который мы узнаемъ, есть взаимное дѣйствіе между тѣлами. Это взаимное дѣйствіе между тѣлами мы и старались описать въ настоящемъ трактатѣ. Смотря по различныхъ точкамъ зрѣнія, оно называется силою, дѣйствіемъ, противодѣйствіемъ, динамическимъ дѣйствіемъ, и очевиднымъ выраженіемъ его служитъ измѣненіе движенія тѣлъ, между которыми оно дѣйствуетъ.

Процессъ, которымъ динамическое дѣйствіе производитъ измѣненіе движенія, называется ра-

ботою и, какъ мы уже показали, на работу можно смотрѣть какъ на перенесеніе энергіи отъ одного тѣла или системы къ другому.

Поэтому, какъ мы уже сказали, мы знаемъ матерію только какъ нѣчто такое, чему можетъ быть сообщена энергія отъ другой матеріи и что въ свою очередь можетъ сообщать энергію другой матеріи.

Энергію съ другой стороны мы знаемъ только какъ нѣчто такое, что во всѣхъ явленіяхъ природы постоянно переходитъ отъ одной части матеріи къ другой.

§ 108. Признакъ присутствія матеріальнаго вещества.

Энергія можетъ существовать не иначе какъ въ связи съ матеріи. Поэтому, такъ какъ въ пространствѣ между солнцемъ и землею свѣтовые и тепловые лучи, которые вышли изъ солнца и еще не дошли до земли, обладаютъ энергіей, количество которой могло бы измѣряться кубическою милью, то эта энергія должна принадлежать матеріи, которая находится въ междупланетномъ пространствѣ, и такъ какъ только посредствомъ достигающаго до насъ свѣта мы узнаемъ о существованіи отдаленнѣйшихъ звѣздъ, то мы заключаемъ изъ этого, что вещество передающее свѣтъ распространено по всей видимой вселенной.

§ 109. Энергія не отличима.

Мы не можемъ отличить и замѣтить одной какой нибудь части матеріи или прослѣдить за нею во всѣхъ ея превращеніяхъ. Она не имѣетъ индивидуальнаго существованія въ родѣ

того, какое мы приписываемъ отдѣльнымъ частямъ матеріи.

Сдѣлки въ матеріальной вселенной совершаются такъ сказать по системѣ кредита. Каждая сдѣлка состоитъ въ переводѣ такого-то кредита или энергіи съ одного тѣла на другое. Этотъ актъ перевода или платежъ называется работой. Переведенная такимъ образомъ энергія не сохраняетъ никакого признака, по которому мы могли бы отличить и узнать ее, когда она переходитъ изъ одной формы въ другую.

§ 110. Абсолютная величина энергіи тѣла неизвѣстна.

Энергія матеріальной системы можетъ быть опредѣлена только относительнымъ образомъ.

Конечно, можно точно опредѣлить энергію движенія частей системы относительно ея центра массы; но вся энергія системы состоитъ изъ этой энергіи сложенной съ энергіей массы равной массѣ всей системы движущейся со скоростью центра массы. Эту послѣднюю скорость, скорость центра массы, можно опредѣлить только относительно какого нибудь тѣла внѣшняго для системы, и величина, какую мы находимъ для этой скорости, будетъ различна, смотря по тѣлу, которое мы возьмемъ какъ начало.

Поэтому, величина кинетической энергіи матеріальной системы содержитъ въ себѣ часть, величину которой можно опредѣлить не иначе, какъ посредствомъ произвольнаго выбора начала. Единственный пунктъ, который не былъ бы произволенъ, есть центръ массы матеріальной вселенной, положеніе и движеніе котораго намъ совершенно неизвѣстно.

§ 111. Скрытая энергія.

Но энергія матеріальной системы неопредѣлима еще и по другому основанію. Мы не можемъ привести систему въ такое состояніе, въ которомъ она не имѣла бы никакой энергія, а всякая энергія, которая не берется у системы, должна оставаться незамѣтною для насъ, потому что мы можемъ узнать объ ней только тогда, когда она входитъ въ систему или выходитъ изъ нея.

Поэтому мы должны смотрѣть на энергію матеріальной системы какъ на количество, увеличеніе или уменьшеніе котораго мы можемъ опредѣлить только тогда, когда система переходитъ изъ одного опредѣленнаго состоянія въ другое. Абсолютная величина энергіи въ начальномъ состояніи системы неизвѣстна намъ, да она ни къ чему бы и не послужила, если бы мы знали ее, такъ какъ всѣ явленія зависятъ отъ измѣненій энергіи, а не отъ ея абсолютной величины.

§ 112. Полное изученіе энергіи обнимаетъ всю физику.

Изученіе различныхъ формъ энергіи, тяготѣнія, электромагнитной, молекулярной, термической и т. д. вмѣстѣ съ условіями ихъ переведенія изъ одной формы въ другую и постояннаго разсѣянія энергіи при произведеніи работы, составляетъ всю физику, поскольку она развилась въ динамической формѣ подъ различными названіями астрономіи, ученія объ электричествѣ и магнетизмѣ, оптики, теоріи физическаго состоянія тѣлъ, термодинамики и химіи.

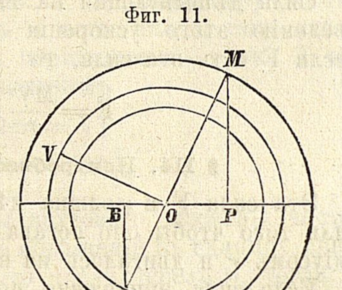
ГЛАВА VII.

Маятникъ и тяготѣніе.

§ 113. Равномѣрное движеніе по кругу.

Пусть M (фиг. 11) будетъ тѣло движущееся по кругу со скоростью V.

Фиг. 11.



Пусть $\overline{OM} = r$ будетъ радіусъ круга.

Направленіе скорости M есть направленіе касательной къ кругу. Проведемъ изъ центра круга $\overline{OV}$ параллельную этому направленію и равную разстоянію описываемому въ единицу времени со скоростью V, тогда OV = V.

Если мы возьмемъ O за начало діаграмы скорости, то V будетъ представлять скорость тѣла въ M.

Такъ какъ тѣло движется по кругу, то точка V также будетъ описывать кругъ и скорость точки V будетъ относиться къ скорости M, какъ $\overline{OV}$ къ $\overline{OM}$.

Поэтому, если мы проведемъ $\overline{OA}$ на продолженіи $\overline{MO}$ и значитъ параллельно направленію движенія V и сдѣлаемъ $\overline{OA}$ среднею пропорціональною $\overline{OM}$ и $\overline{OV}$ и примемъ O какъ

начало въ діаграмѣ быстроты ускоренія, тогда точка A будетъ представлять скорость точки V или, что тоже, быстроту ускоренія точки M.

Если поэтому тѣло движется по кругу съ равномѣрною скоростью, то его ускореніе направляется къ центру круга и есть среднее пропорціональное рудіусу круга и скорости тѣла.

Сила дѣйствующая на тѣло M равна произведенію этого ускоренія на массу тѣла, или если F есть эта сила, то

$$F = \frac{MV^2}{r}.$$

§ 114. Центробѣжная сила.

Эта сила F и должна дѣйствовать на тѣло, для того чтобы оно оставалось на кругѣ съ радіусомъ r и двигалось на немъ со скоростью V.

Если сила приложена посредствомъ веревки прикрѣпленной къ тѣлу, то веревка будетъ находится въ состояніи натяженія. Человѣку, который будетъ держать другой конецъ веревки, покажется, что это натяженіе дѣйствуетъ по направленію къ тѣлу, какъ будто бы тѣло имѣло стремленіе улетѣть отъ центра круга, который оно описываетъ.

Поэтому эта послѣдняя сила называется центробѣжной силой.

Сила, которая дѣйствительно дѣйствуетъ на тѣло, называется, такъ какъ она дѣйствуетъ по направленію къ центру круга, центро-стремительною, и въ нѣкоторыхъ популярныхъ сочиненіяхъ центробѣжная и центростремительная силы описываются какъ противоположныя и уравновѣшивающія одна другую. Но на дѣлѣ

они просто различные виды одного и того же динамическаго дѣйствія.

§ 115. Періодъ.

Время, въ которое проходится окружность круга, называется періодомъ. Если π выражаетъ отношеніе окружности круга къ его діаметру, которое есть 3,14159...., то длина окружности круга съ радіусомъ r есть $2\pi r$, и такъ какъ она проходится въ періодическое время T со скоростью V, то мы имѣемъ

$$2\pi r = VT$$

Отсюда $$F = 4\pi^2 M \frac{r}{T^2}$$

Степень быстроты круговаго движенія часто выражается числомъ обращеній въ единицу времени. Обозначимъ это число черезъ n, тогда

$$nT = 1$$

и $$F = 4\pi^2 M r n^2$$

§ 116. О простыхъ гармоническихъ качаніяхъ.

Если въ то время, какъ тѣло M (фиг. 11) движется по кругу съ равномѣрною скоростью, другая точка P движется по неподвижному діаметру круга такъ, что всегда находится въ основаніи перпендикуляра опущеннаго изъ M на этотъ діаметръ, то говорится, что точка P совершаетъ простыя гармоническія качанія.

Радіусъ круга r называется амплитудой (шириной) качанія.

Періодъ M называется періодомъ качанія.

Уголъ, который OM образуетъ съ положитель-

нымъ направленіемъ неподвижнаго діаметра, называется фазою качанія.

§ 117. Сила дѣйствующая на качающіяся тѣла.

Единственное различіе между движеніями M и P состоитъ въ томъ, что M имѣетъ вертикальное движеніе соединенное съ горизонтальнымъ движеніемъ, изъ которыхъ послѣднее тоже самое, что движеніе P. Поэтому, скорость и ускореніе этихъ двухъ тѣлъ различаются только вертикальною частью скорости и ускоренія M.

Ускореніе P есть поэтому горизонтальная составляющая ускоренія M, и такъ какъ ускореніе M выражается OA, которая лежитъ въ направленіи продолженной MO, то ускореніе P будетъ выражаться OB, гдѣ B есть основаніе перпендикуляра изъ точки A на горизонтальный діаметръ. Изъ подобія треугольниковъ OMP и OAB слѣдуетъ,

$$OM : OA = OP : OB.$$

Но $OM = r$ и $OA = -4\pi^2 \frac{r}{T^2}$. Поэтому

$$OB = -\frac{4\pi^2}{T^2} OP = -4\pi^2 n^2 OP.$$

Такимъ образомъ, въ простыхъ гармоническихъ качаніяхъ ускореніе всегда направлено къ центру колебанія и равно разстоянію отъ этого центра помноженному на $4\pi^2 n^2$, и если масса качающагося тѣла есть P, то сила дѣйствующая на него на разстояніи x отъ O есть $4\pi^2 n^2 Px$.

Изъ этого вытекаетъ, что на тѣло, которое совершаетъ простыя гармоническія качанія

по прямой линіи, дѣйствуетъ сила, которая измѣняется смотря по разстоянію отъ центра качанія, и величина этой силы въ данное мгновеніе зависитъ только отъ этого разстоянія, отъ массы тѣла и отъ квадрата числа качаній въ единицу времени, но не зависитъ отъ амплитуды качаній.

§ 118. Изохроническія качанія.

Изъ этого слѣдуетъ, что если тѣло движется по прямой линіи и на него дѣйствуетъ сила, которая направлена къ неподвижной точкѣ на этой линіи и величина которой измѣняется смотря по разстоянію отъ этой неподвижной точки, то оно будетъ совершать простыя гармоническія качанія, періодъ которыхъ будетъ одинъ и тотъ же, какова бы ни была амплитуда качанія.

Если при какомъ нибудь опредѣленномъ родѣ перемѣщенія тѣла, какъ напр. при вращеніи около оси, сила стремящаяся привести тѣло въ данное положеніе измѣняется смотря по перемѣщенію, то тѣло будетъ совершать простыя гармоническія колебанія около этого положенія, періоды которыхъ не зависятъ отъ ихъ амплитуды.

Качанія этого рода, совершающіяся въ равное время, какова бы ни была ихъ амплитуда, называются изохроническими качаніями.

§ 119. Потенціальная энергія качающагося тѣла.

Скорость тѣла, когда оно проходитъ черезъ точку равновѣсія, равна скорости тѣла движу-

щагося по кругу или $V = 2\pi r n$, причемъ r означаетъ амплитуду качанія и n число двойныхъ качаній въ секунду.

Поэтому, кинетическая энергія качающагося тѣла въ точкѣ равновѣсія есть

$$\frac{1}{2}MV^2 = 2\pi^2 M r^2 n^2,$$

если M есть масса тѣла.

На самомъ большемъ удаленіи, гдѣ $x = r$, скорость, а слѣдовательно и кинетическая энергія тѣла равна нулю. Уменьшенію кинетической энергіи должно соотвѣтствовать равное ему возрастаніе потенціальной энергіи. Поэтому, если мы считаемъ потенціальную энергію отъ той конфигураціи, въ которой находится тѣло въ точкѣ своего равновѣсія, то его потенціальная энергія, когда оно находится на разстояніи r отъ этой точки, есть $2\pi M n^2 r^2$.

Это есть потенціальная энергія тѣла, которое качается изохронически и совершаетъ n двойныхъ колебаній въ секунду, когда оно находится въ покоѣ на разстояніи r отъ точки равновѣсія. Такъ какъ потенціальная энергія не зависитъ отъ движенія тѣла, но только отъ его положенія, то мы можемъ выражать ее

$$2\pi^2 M n^2 x^2,$$

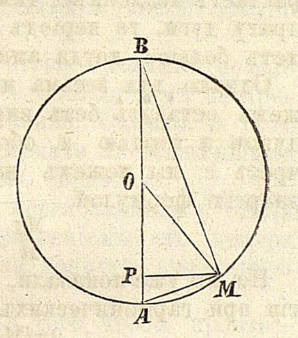
гдѣ x есть разстояніе отъ точки равновѣсія.

§ 120. Простой маятникъ.

Простой маятникъ состоитъ изъ небольшаго тяжолаго тѣла, называемаго подвѣсомъ или чечевицей и подвѣшеннаго къ неподвижной точкѣ на ниткѣ неизмѣнной длины. Чечевица предполагается столь малою, что ея движеніе

можно разсматривать какъ движеніе матеріальной частицы, а нитка предполается столь тонкою, что мы можемъ оставить безъ вниманія ея массу и вѣсъ. Чечевица приводится въ движеніе такимъ образомъ, чтобы она качалась подъ малымъ угломъ въ вертикальной плоскости. Путь ея поэтому есть дуга круга, центръ котораго есть точка привѣса O и радіусъ котораго есть длина нитки, которую мы обозначимъ черезъ l.

Фиг. 12.



Пусть O (фиг. 12) будетъ точка прикрѣпленія и OA положеніе маятника, когда онъ виситъ вертикально. Когда чечевица находится въ M, то она выше противъ того, чѣмъ когда она находится въ A, на величину

$$AP = \frac{\overline{AM}^2}{\overline{AB}},$$

гдѣ AM есть хорда дуги ALM и $AB = 2l$.

Если M есть масса чечевицы маятника и g напряженіе силы тяжести, то вѣсъ чечевицы будетъ Mg и работа производимая въ противодѣйствіе силѣ тяжести во время движенія чечевицы отъ A къ M есть $Mg\,AP$. Такимъ образомъ, это есть потенціальная энергія маятника, когда чечевица его находится въ M, принимая, что энергія чечевицы находящейся въ A равна нулю.

Мы можемъ написать это выраженіе для энергіи такъ

$$\frac{Mg}{2l}\,\overline{AM}^2.$$

Потенціальная энергія чечевицы при перемѣщеніи на какую бы ни было дугу возрастаетъ пропорціонально квадрату хорды дуги.

Еслибы она возрастала пропорціонально квадрату самой дуги, по которой движется чечевица, то качанія были бы строго изохроничны. Но такъ какъ потенціальная энергія возрастаетъ медленнѣе, чѣмъ пропорціонально квадрату дуги, то періодъ каждаго качанія будетъ больше, когда амплитуда больше.

Однако для весьма малыхъ качаній мы можемъ оставить безъ вниманія разницу между дугою и хордою и, обозначивши длину дуги чрезъ x, мы можемъ написать потенціальную энергію формулой

$$\frac{Mg}{2l}\,x^2.$$

Но мы уже показали, что потенціальная энергія при гармоническихъ колебаніяхъ равна

$$2\pi^2 M n^2 x^2.$$

Уравнивая эти два выраженія и освобождая ихъ отъ дробей, мы получаемъ

$$g = 4\pi^2 n^2 l,$$

гдѣ g есть напряженность тяжести, π отношеніе окружности круга къ его діаметру, n число качаній маятника въ единицу времени и l длина маятника.

§ 121. Несгибающійся маятникъ.

Если бы мы могли устроить маятникъ съ такой малой чечевицей и съ такой ниткой,

что для практическихъ цѣлей его можно было бы считать простымъ маятникомъ, то было бы легко опредѣлить g по этому методу. Но всѣ дѣйствительные маятники имѣютъ чечевицы значительной величины и для того чтобы длина оставалась неизмѣнною, чечевица должна быть соединена посредствомъ твердаго стержня, масса котораго не можетъ быть оставлена безъ вниманія. Однакоже весьма возможно опредѣлить длину простаго маятника, качанія котораго будутъ совершаться такимъ же образомъ, какъ качаянія маятника какой угодно формы.

Полное разсмотрѣніе этого предмета повело бы насъ къ вычисленіемъ выходящимъ за предѣлы настоящаго сочиненія. Однако и безъ вычисленій мы можемъ придти къ важнѣйшимъ результатамъ слѣдующимъ образомъ.

Движеніе твердаго нестибающагося тѣла вполнѣ опредѣляется движеніемъ его центра массы и движеніемъ тѣла вокругъ его центра массы.

Сила, необходимая для того чтобы произвести данное измѣненіе въ движеніи центра массы, зависитъ только отъ массы тѣла (§ 63).

Моментъ, необходимый для того чтобы произвести данное измѣненіе въ угловой скорости около центра массы, зависитъ отъ распредѣленія массы и онъ бываетъ тѣмъ больше, чѣмъ дальше различныя части удалены отъ центра массы.

Поэтому если мы составимъ систему изъ двухъ частицъ неподвижно соединенныхъ между собою, такъ чтобы сумма обѣихъ массъ рав-

на была массѣ маятника, ихъ центръ массы совпадалъ съ центромъ массы маятника и ихъ разстоянія отъ центра массы были таковы, чтобы пара силъ съ однимъ и тѣмъ же моментомъ нужна была для того чтобы произвести данное вращательное движеніе какъ около центра массы новой системы такъ и около центра массы маятника,—тогда новая система для движеній въ извѣстной плоскости будетъ динамически равнозначна данному маятнику, т. е. если обѣ системы движутся одинаковымъ образомъ, то силы необходимыя для произведенія этихъ движеній будутъ равны. Такъ какъ двѣ частицы могутъ имѣть между собою любое отношеніе, только бы сумма ихъ массъ равна была массѣ маятника, и такъ какъ линія соединяющая ихъ можетъ имѣть всякое направленіе, только бы она проходила черезъ центръ массы маятника, то мы можемъ расположить частицы такимъ образомъ, чтобы одна изъ нихъ соотвѣтствовала какой нибудь данной точкѣ маятника, положимъ точкѣ привѣса P (фиг. 13). Тогда опредѣлятся масса этой частички и положеніе и масса другой въ Q. Положеніе второй частицы Q называется центромъ качанія. Если въ системѣ изъ двухъ частичекъ одна P будетъ прикрѣплена, въ то время какъ другая Q можетъ качаться подъ дѣйствіемъ силы тяжести, то мы имѣемъ простой маятникъ. Потому что одна изъ частичекъ P дѣйствуетъ какъ точка привѣса, а другая Q находится въ неизмѣнномъ разстоя-

Фиг. 13.

P · C · Q

ніи отъ нея, такъ что связь между ними совершенно такая же, какъ еслибы они были соединены между собою ниткой длины $l = \overline{PQ}$.

Поэтому маятникъ любой формы качается совершенно также какъ простой маятникъ, длина котораго есть разстояніе отъ центра привѣса къ центру качанія.

§ 122. Переворачиваніе маятника.

Предположимъ, что система изъ двухъ частицъ перевернута, такъ что Q стало точкою привѣса, а P можетъ качаться. Мы имѣемъ теперь простой маятникъ такой же длины какъ прежній. Его качанія поэтому будутъ совершаться въ такое же время. Но динамически онъ равнозначенъ маятнику привѣшенному центромъ своего качанія.

Поэтому если маятникъ перевернуть и привѣсить центромъ его качанія, то его качанія будутъ имѣть такой же періодъ какъ прежде, и разстояніе между точкой привѣса и точкой качанія будетъ равно длинѣ простаго маятника имѣющаго такое же время качанія.

Такимъ способомъ капитанъ Катеръ опредѣлилъ длину простаго маятника, совершающаго качанія въ секунду.

Онъ устроилъ маятникъ, который могъ качаться на двухъ прикрѣпленныхъ къ нему ножахъ, находившихся на противоположныхъ сторонахъ его центра и въ *неравномъ* разстояніи отъ него.

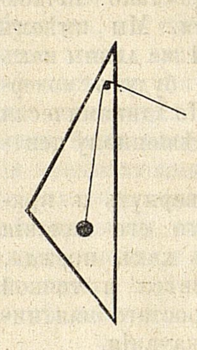
При помощи разныхъ приспособленій онъ достигъ того, что время качанія было одинаково, служилъ ли точкою привѣса одинъ ножъ или

другой. Тогда длина соотвѣтствующаго простаго маятника получалась измѣреніемъ разстоянія между ножами.

§ 123. Примѣръ объясняющій катеровъ маятникъ.

Принципъ Катерова маятника можно наглядно представить посредствомъ весьма простаго и убѣдительнаго опыта. Возьмите дощечку какой угодно формы (фиг. 14) и продѣньте черезъ нее недалеко отъ края кусокъ проволоки и потомъ держа проволоку за конецъ большимъ и указательнымъ пальцами, дайте дощечкѣ висѣть въ вертикальной плоскости. Затѣмъ прикрѣпите къ ниткѣ маленькій шарикъ и навейте ее на проволоку, такъ чтобы шарикъ висѣлъ у самой дощечки.

Фиг. 14.



Потомъ двигайте руку, которою вы держите проволоку, горизонтально въ плоскости дощечки и наблюдайте, опережаетъ-ли шарикъ дощечку или же отстаетъ дощечки. Если онъ опережаетъ, то удлините нитку, если же отстаетъ, то укоротите, и такъ измѣняйте длину нитки до тѣхъ поръ, пока шарикъ и дощечка не будутъ двигаться вмѣстѣ. Затѣмъ отмѣтьте на дощечкѣ точку приходящуюся противъ центра шара и закрѣпите нитку на проволокѣ. Тогда вы увидите, что если держать проволоку за концы и двигать ее какъ угодно, даже быстро и неправильно въ плоскости до-

щечки, то шарикъ никогда не сойдетъ съ точки отмѣченной на дощечкѣ.

Поэтому отмѣченная точка называется центромъ качанія, потому что когда дощечка качается около проволоки укрѣпленной неподвижно, то качается такъ, какъ еслибы она состояла изъ одной частички находящейся въ этой точкѣ.

Эта точка называется также центромъ удара, потому что когда дощечка находится въ покоѣ, а проволока вдругъ двинута горизонтально, то дощечка начинаетъ сначала вращаться около этой точки, какъ около центра.

§ 124. Опредѣленіе напряженности силы тяжести.

Самый прямой методъ для опредѣленія g состоитъ безъ сомнѣнія въ томъ, чтобы заставить тѣло падать и потомъ найти, какую скорость оно пріобрѣло въ секунду; но чрезвычайно трудно дѣлать точныя наблюденія надъ движеніемъ тѣлъ, когда скорость ихъ столь велика, что доходитъ до 981 метра въ секунду и кромѣ того опыты нужно было бы производить въ безвоздушномъ пространствѣ, такъ какъ сопротивленіе воздуха столь быстрому движенію уже весьма велико сравнительно съ вѣсомъ падающаго тѣла.

Опытъ съ маятникомъ гораздо болѣе удовлетворителенъ. Если сдѣлать дугу качанія очень малою, то движеніе чечевицы будетъ столь медленно, что сопротивленіе воздуха можетъ имѣть весьма мало вліянія на время качанія. При точныхъ опытахъ маятникъ ка-

чается въ непроницаемомъ для воздуха сосудѣ, изъ котораго выкачанъ воздухъ.

Кромѣ того, движеніе здѣсь повторяется и маятникъ качается сюда и туда сотни или даже тысячи разъ, прежде чѣмъ различныя дѣйствующія на него вліянія такъ уменьшатъ амплитуду качаній, что ихъ уже невозможно будетъ наблюдать.

Поэтому фактическое наблюденіе состоитъ не въ томъ, чтобы замѣчать начало и конецъ одного качанія, но чтобы опредѣлять продолжительность цѣлаго ряда въ нѣсколько сотъ качаній, и затѣмъ вывести изъ этого время одного качанія.

Наблюдателю нѣтъ надобности принимать на себя трудъ сосчитывать все число качаній, но при этомъ получается самое точное во всей физикѣ измѣреніе при помощи слѣдующаго метода.

§ 125. Методъ наблюденія.

Сзади экспериментальнаго маятника помѣщаются стѣнные часы съ маятникомъ, такъ что когда оба маятника висятъ вертикально, то чечевица или какая-нибудь другая часть экспериментальнаго маятника какъ разъ покрываетъ бѣлое пятно на часовомъ маятникѣ, если смотрѣть въ зрительную трубу, поставленную въ нѣкоторомъ разстояніи передъ часами.

Отъ времени до времени дѣлаются наблюденія надъ прохожденіемъ звѣздъ черезъ меридіанъ и по нимъ вычисляется ходъ часовъ, выражаемый въ терминахъ средняго солнечнаго времени.

Затѣмъ приводится въ движеніе экспериментальный маятникъ и оба маятника наблюдаются въ зрительную трубу. Предположимъ, что время одного качанія маятника не совершенно равно времени качанія часоваго маятника, но нѣсколько больше.

Тогда наблюдатель замѣтитъ въ зрительную трубу, что часовой маятникъ будетъ все болѣе и болѣе опережать экспериментальный маятникъ и наконецъ экспериментальный маятникъ покроетъ бѣлое пятно на часовомъ маятникѣ при проходѣ его черезъ вертикальную линію. Замѣчается время, когда это совершается и записывается, какъ первое положительное совпаденіе.

Часовой маятникъ будетъ продолжать опережать экспериментальный, и спустя нѣсколько времени оба маятника пройдутъ черезъ вертикальную линію въ одинъ и тотъ же моментъ, но въ противоположныхъ направленіяхъ. Это время отмѣчается, какъ первое отрицательное совпаденіе. Послѣ такого же промежутка времени слѣдуетъ второе положительное совпаденіе и т. д.

При этомъ методѣ часы сами сосчитываютъ число, N, качаній своего маятника между совпаденіями. Въ теченіи этого времени экспериментальный маятникъ сдѣлалъ однимъ качаніемъ меньше, чѣмъ часовой маятникъ. Поэтому время качанія экспериментальнаго маятника есть $\frac{N}{N-1}$ секундъ часоваго времени.

Если не бываетъ точнаго совпаденія, но часовой маятникъ опережаетъ экспериментальный

при одномъ прохожденіи черезъ вертикальную линію, между тѣмъ какъ при слѣдующемъ прохожденіи онъ отстаетъ отъ него, то наблюдатель при нѣкоторомъ упражненіи легко можетъ опредѣлить, въ какое время между двумя прохожденіями оба маятника должны находиться въ одинаковыхъ фазахъ.

Такимъ образомъ можно опредѣлить эпоху совпаденія до дробей секунды.

§ 126. Опредѣленіе погрѣшности.

Экспериментальный маятникъ будетъ продолжать качаться въ теченіи нѣсколькихъ часовъ, такъ что все измѣряемое время можетъ быть въ десять тысячъ и болѣе качаній.

При этомъ погрѣшность въ вычисленіи времени качанія, вслѣдствіе ошибки при самомъ обозначеніи времени даже на цѣлую секунду, можетъ быть сдѣлана крайне малою, если долго продолжать опытъ.

Потому что, если мы наблюдаемъ первое и n-ое совпаденіе и находимъ, что они отдѣлены промежуткомъ въ N секундъ часовъ, то экспериментальный маятникъ отсталъ относительно часовъ на n качаній и будетъ дѣлать $N-n$ качаній въ N секундъ. Такимъ образомъ, время одного качанія есть $T=\frac{N}{N-n}$ секундъ часоваго времени.

Но положимъ, что по ошибкѣ на секунду мы обозначили послѣднее совпаденіе такъ, какъ будто бы оно случилось $N+1$ секундъ послѣ

перваго. Величина T выведенная изъ этого результата была бы

$$T' = \frac{N+1}{N+1-n}$$

и вкравшаяся погрѣшность вслѣдствіе ошибки на секунду была бы

$$T' - T = \frac{N+1}{N+1-n} - \frac{N}{N-n}$$

$$= \frac{n}{(N+1-n)\ (N-n)}$$

Если N равно 10,000 и n 100, то ошибка на одну секунду при обозначеніи времени совпаденія измѣнитъ величину T приблизительно только на одну милліонную часть ея.

ГЛАВА VIII.

Всеобщее тяготѣніе.

127. Методъ Ньютона.

Самымъ поучительнымъ примѣромъ метода динамическаго умозаключенія служитъ то примѣненіе, которое сдѣлалъ изъ него Ньютонъ для опредѣленія закона той силы, какою небесныя тѣла дѣйствуютъ другъ на друга.

Процессъ динамическаго умозаключенія состоитъ въ выведеніи изъ послѣдовательныхъ конфигурацій небесныхъ тѣлъ, какъ онѣ были наблюдаемы астрономами, скоростей небесныхъ тѣлъ и ихъ ускореній и въ опредѣленіи этимъ

путемъ направленія и относительной величины силы, которая дѣйствуетъ на нихъ.

Кеплеръ уже приготовилъ путь для изслѣдованій Ньютона, выведши изъ тщательнаго изученія наблюденій Тихо Браге три закона планетнаго движенія, которые носятъ его имя.

§ 128. Законы Кеплера.

Законы Кеплера чисто кинематическіе. Они вполнѣ описываютъ движеніе планетъ, но ничего не говорятъ о силахъ, которыми опредѣляются эти движенія.

Ихъ динамическое разъясненіе открыто было Ньютономъ.

Первый и второй законъ относятся къ движенію одной планеты.

Законъ первый. Площади описываемыя векторомъ проведеннымъ отъ солнца къ планетѣ пропорціональны временамъ, въ которыя они описаны. Если h обозначаетъ удвоенную площадь, описанную въ единицу времени, то удвоенная площадь, описанная во время t, будетъ ht и если P есть масса планеты, то Pht будетъ массовая-площадь, какъ она опредѣлена въ § 68. Отсюда слѣдуетъ, что угловой моментъ планеты около солнца, который представляетъ быстроту измѣненія массовой-площади, будетъ постояннымъ количествомъ Ph.

Поэтому по § 70 сила дѣйствующая на планету, если только есть такая сила, не должна имѣть никакого момента относительно солнца, потому что еслибы она имѣла его, то она увеличивала бы или уменьшала угловой моментъ

съ быстротою, измѣряемою величиною этого момента.

Изъ этого слѣдуетъ, что какова бы ни была сила дѣйствующая на планету, направленіе этой силы должно всегда проходить черезъ солнце.

§ 129. Угловая скорость.

Опредѣленіе. Угловая скорость вектора есть быстрота, съ какою возрастаетъ уголъ, который онъ составляетъ съ неподвижнымъ векторомъ въ плоскости своего движенія.

Если ω есть угловая скорость вектора и r его длина, то быстрота, съ какою онъ описываетъ площадь, есть $^1/_2\, \omega r^2$. Отсюда

$$h = \omega r^2$$

и такъ какъ h постоянно, то ω угловая скорость движенія планеты вокругъ солнца измѣняется обратно пропорціонально квадрату ея разстоянія отъ солнца.

И это вѣрно, каковъ ни былъ законъ силы, если только сила дѣйствующая на планету всегда проходитъ черезъсолнце.

§ 130. Движеніе около центра массы.

Такъ какъ динамическое дѣйствіе между планетой и солнцемъ простирается на оба тѣла, то ни одно изъ нихъ не можетъ оставаться въ

Фиг. 15.

покоѣ. Единственная точка, на движеніе которой не имѣетъ вліянія динамическое дѣйствіе, есть центръ массы двухъ тѣлъ.

Если r есть разстояніе SP (фиг. 15) и C центръ массы, тогда

$$\overline{SC} = \frac{Pr}{S + P} \text{ и } \overline{CP} = \frac{Sr}{S + P}.$$

Угловой моментъ P около C есть

$$P\omega \frac{S^2 r^2}{(S + P)^2} = \frac{PS^2}{(S + P)^2 h}.$$

§ 131. Орбита.

Изучая движеніе матеріальной системы, мы уже пользовались діаграмами конфигураціи и скорости. Но эти чертежи представляютъ только состояніе системы въ данное мгновеніе; и это состояніе указывается относительнымъ положеніемъ точекъ соотвѣтствующихъ тѣламъ составляющимъ систему.

Однако часто бываетъ цѣлесообразно представить въ одной діаграмѣ всю серію конфигурацій или скоростей, какія принимаетъ система. Если мы предположимъ, что точки діаграмы движутся, такъ что постоянно представляютъ состояніе системы, то каждая точка діаграмы опишетъ линію прямую или кривую.

Въ діаграмѣ конфигураціи эта линія называется вообще путемъ тѣла; относительно же небесныхъ тѣлъ она называется орбитой.

§ 132. Одографъ.

На діаграмѣ скорости линія описываемая каждою движущеюся точкою называется одографомъ тѣла, которому соотвѣтствуетъ точка.

Изученіе одографа какъ метода изслѣдованія движенія тѣла было введено серомъ В. Р. Га-

мильтономъ. Одографъ можетъ быть опредѣленъ какъ путь, описываемый концомъ вектора, который постоянно представляетъ по направленію и величинѣ скорость движущагося тѣла.

При примѣненіи метода одографа къ планетѣ, орбита которой находится въ одной плоскости, мы находимъ болѣе цѣлесообразнымъ предполагать, что одографъ повернутъ около своего начала на прямой уголъ, такъ что векторъ одографа вмѣсто того, чтобы быть параллельнымъ къ скорости, которую онъ представляетъ, перпендикуляренъ къ ней.

§ 133. Второй законъ Кеплера.

Законъ второй. Орбита планеты относительно солнца есть эллипсисъ, въ одномъ изъ фокусовъ котораго находится солнце.

Пусть APQB (фиг. 16) будетъ эллиптическая орбита. Пусть S будетъ солнце въ одномъ фокусѣ, а H другой фокусъ. Продолжимъ SP до U, такъ чтобы SU было равно большей оси AB и соединимъ H съ U; тогда HU будетъ пропорціональна и перпендикулярна къ скорости въ P.

Потому что если HU раздѣлить пополамъ въ Z и соединить Z съ P, то линія ZP будетъ касательной къ эллипсису въ P. На нее изъ точки S проводится перпендикуляръ SY.

Если v есть скорость въ P и h удвоенная площадь проходимая въ единицу времени, то $h = v\mathrm{SY}$.

Далѣе обозначая черезъ b половину малой оси эллипсиса, имѣемъ

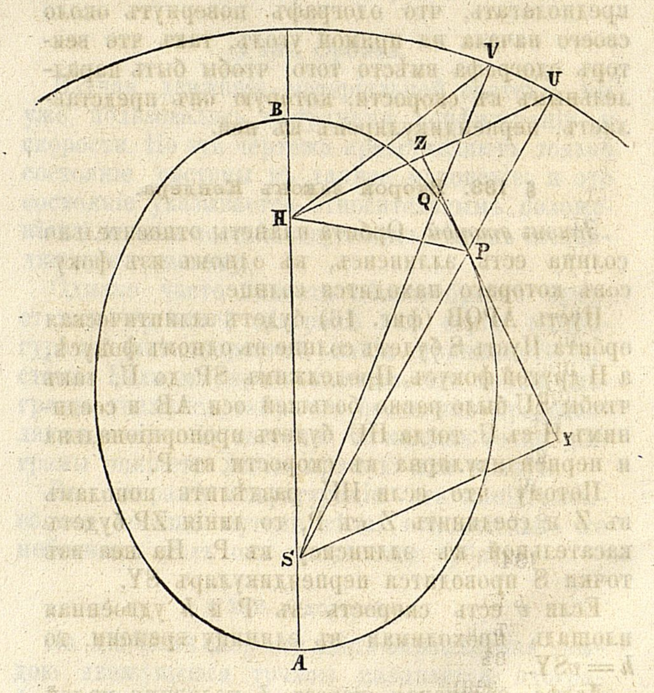
$$\overline{\mathrm{SY}} \cdot \overline{\mathrm{HZ}} = b^2.$$

Но HU = 2HZ; отсюда

$$v = {}^1/_2 \frac{h}{b^2} \overline{HU}.$$

Поэтому HU всегда пропорціональна скорости и перпендикулярна къ ея направленію. Но SU всегда равна AB. Слѣдовательно кругъ,

Фиг. 16.



центръ котораго есть S и радіусъ AB, есть одографъ планеты и H есть начало одографа. Соотвѣтствующія точки орбиты и одографа

суть тѣ, которыя лежатъ на одной и той же прямой линіи, проходящей черезъ солнце.

Такимъ образомъ точка P соотвѣтствуетъ U и Q соотвѣтствуетъ V.

Скорость, сообщаемая тѣлу во время его прохожденія отъ P къ Q выражается геометрическою разностью между векторами HU и HV, т. е. линіею UV; она перпендикулярна къ этой дугѣ круга и поэтому, какъ мы уже доказали, направлена къ S.

Если PQ есть дуга описываемая въ единицу времени, тогда UV представляетъ ускореніе и такъ UV находится на кругѣ, центръ котораго есть S, то UV будетъ мѣрою угловой скорости планеты около S. Такимъ образомъ ускореніе пропорціонально угловой скорости, которая по § 129 обратно пропорціональна квадрату разстоянія SP. Слѣдовательно ускореніе планеты происходитъ по направленію къ солнцу и обратно пропорціонально квадрату ея разстоянія отъ солнца.

Слѣдовательно это и есть законъ, по которому измѣняется притяженіе солнца на планету, въ то время какъ планета движется по своей орбитѣ и измѣняетъ свое разстояніе отъ солнца.

§ 134. Сила дѣйствующая на планету.

Какъ мы уже показали, орбита планеты отнесенная къ центру массы солнца и планеты находится въ такомъ отношеніи къ орбитѣ планеты отнесенной къ солнцу, что разстоянія планеты на первой орбитѣ относятся къ разстояніямъ на второй какъ S къ S+P. Если $2a$ и $2b$ суть двѣ оси планетной орбиты отнесенной

къ солнцу, то площадь ея есть πab, и если T есть время употребляемое планетой па однократное прохожденіе по орбитѣ, тогда величина h есть

$$2\pi \frac{ab}{T}.$$

Скорость относительно солнца есть поэтому

$$\pi \frac{a}{Tb} \overline{HU}$$

Скорость же относительно центра массы есть

$$\frac{S}{S+P} \frac{\pi a}{Tb} \overline{HU}.$$

Ускореніе планеты къ центру массы есть

$$\frac{S}{S+P} \frac{\pi a}{Tb} UV$$

и импульсъ на планету, масса которой есть P, будетъ поэтому

$$\frac{S \cdot P}{S+P} \frac{\pi a}{Tb} UV.$$

Если t есть время, въ теченіи котораго проходится PQ, тогда удвоенная площадь SPQ есть

$$ht = \omega r^2 t$$

$$\text{и} \quad UV = 2a\omega t = 2a \frac{h}{r^2} t = 4\pi \frac{a^2 b}{Tr^2} t.$$

Поэтому сила дѣйствующая на планету есть

$$F = 4\pi^2 \frac{S \cdot P}{S+P} \frac{a^3}{T^2 r^2}.$$

Это есть величина динамическаго дѣйствія или притяженія между планетою и солнцемъ выраженная ихъ массами P и S, ихъ среднимъ

разстояніемъ a, ихъ дѣйствительнымъ разстояніемъ r и ихъ періодическимъ временемъ T.

§ 135. Объясненіе третьяго закона Кеплера.

Чтобы сравнить притяженіе между солнцемъ и различными планетами, Ньютонъ воспользовался третьимъ закономъ Кеплера.

Законъ третій. Квадраты временъ обращенія различныхъ планетъ пропорціональны кубамъ ихъ среднихъ разстояній.

Другими словами $\frac{a^3}{T^2}$ есть постоянная величина, именно $\frac{C}{4\pi^2}$.

Отсюда

$$F = C\frac{S \cdot P}{S+P}\frac{1}{r^2}.$$

У меньшихъ планетъ ихъ массы такъ малы сравнительно съ массою солнца, что $\frac{S}{S+P}$ можно считать равнымъ 1, такъ что

$$F = CP\frac{1}{r^2}$$

или притяженіе дѣйствующее на планету пропорціонально ея массѣ и обратно пропорціонально квадрату ея разстоянія.

§ 136. Законъ тяготѣнія.

Самый замѣчательный фактъ относительно притяженія производимаго тяготѣніемъ состоитъ въ томъ, что на одномъ и томъ же разстояніи оно дѣйствуетъ одинаково на равныя массы веществъ всякаго рода. Это доказано опытами съ маятникомъ для различныхъ родовъ

матеріи на земной поверхности. Ньютонъ распространилъ законъ тяжести на матерію, изъ которой состоятъ различныя планеты.

Прежде чѣмъ Ньютонъ доказалъ это, предполагали, что солнце какъ цѣлое притягиваетъ планету какъ цѣлое и даже законъ обратной пропорціональности квадратамъ разстояніи былъ уже предъуказанъ; но въ рукахъ Ньютона ученіе о тяготѣніи получило свою окончательную форму.

Каждая часть матеріи притягиваетъ всякую другую часть матеріи и динамическое дѣйствіе между ними пропорціонально произведенію ихъ массъ, раздѣленному на квадратъ ихъ разстоянія.

Потому что если притяженіе между грамомъ матеріи на солнцѣ и грамомъ вещества на планетѣ на разстояніи r равно $\frac{C}{r^2}$, гдѣ C есть постоянная величина, и если въ солнцѣ есть S грановъ и въ планетѣ P грамовъ, тогда все притяженіе между солнцемъ и однимъ грамомъ въ планетѣ будетъ $\frac{CS}{r^2}$, а все притяженіе между солнцемъ и планетою будетъ $C \frac{SP}{r^2}$.

Сравнивая эту формулу Ньютоновскаго «закона всеобщаго тяготѣнія» съ прежде найденной величиной для F, мы получаемъ

$$C \frac{S \cdot P}{r^2} = 4\pi^2 \frac{S \cdot P}{S + P} \frac{a^3}{T^2 r^2}$$

или $$4\pi^2 a^3 = C (S + P) T^2.$$

§ 137. Исправленная формула третьяго закона Кеплера.

Поэтому, третій законъ Кеплера долженъ быть поправленъ и имѣть такой видъ:

Кубы среднихъ разстояній относятся между собою какъ квадраты временъ обращенія, помноженные на сумму массъ солнца и планеты.

Для большихъ планетъ, Юпитера, Сатурна и проч. величина S+P значительно больше, чѣмъ для земли и меньшихъ планетъ. Поэтому, времена обращенія большихъ планетъ должны были бы быть нѣсколько меньше, чѣмъ это слѣдуетъ по закону Кеплера, и оказывается, что это дѣйствительно такъ и есть.

Въ слѣдующей таблицѣ среднія разстоянія (a) планетъ выражены среднимъ разстояніемъ земли, а времена обращенія въ звѣздныхъ годахъ.

Планета	a	T	a^3	T^2	$a^3 - T^2$
Меркурій	0.387098	0.24084	0.0580046	0.0580049	− 0.0000003
Венера	0.72333	0.61518	0.378451	0.378454	− 0.0000002
Земля	1.0000	1.00000	1.00000	1.00000	
Марсъ	1.52369	1.88082	3.53746	3.53747	− 0.00001
Юпитеръ	5.20278	11.8618	140 832	140.701	+ 0.131
Сатурнъ	9.53379	29.4560	867.914	867.658	+ 0.256
Уранъ	19 1824	84.0123	7058.44	7058.07	+ 0.37
Нептунъ	30.037	164.616	27100.0	27098.4	+ 1.6

Изъ этой таблицы видно, что третій законъ Кеплера приблизительно весьма точенъ, потому что a^3 равняется весьма близко T^2, но что для тѣхъ планетъ, которыхъ масса меньше чѣмъ масса земли, именно для Меркурія, Венеры и Марса, a^3 меньше чѣмъ T^2, между тѣмъ какъ для Юпитера, Сатурна, Урана и Нептуна, масса которыхъ больше чѣмъ масса земли, a^3 больше чѣмъ T^2.

§ 138. Потенціальная энергія происходящая отъ тяготѣнія.

Потенціальная энергія тяготѣнія между тѣлами S и P можетъ быть вычислена, когда мы знаемъ притяженіе между ними, выраженное въ ихъ среднемъ разстояніи. Способъ вычисленія, посредствомъ котораго мы суммируемъ эффекты постоянно измѣняющагося количества, принадлежитъ къ интегральному исчисленію, и хотя въ настоящемъ случаѣ вычисленіе можно было бы произвести элементарными способами, однако мы предпочитаемъ лучше вывести потенціальную энергію прямо изъ перваго и втораго законовъ Кеплера.

Эти законы вполнѣ опредѣляютъ движеніе солнца и планеты и потому мы можемъ найти кинетическую энергію системы соотвѣтствующую какой нибудь части эллиптической орбиты. Но такъ какъ солнце и планета составляютъ консервативную систему, то сумма кинетической и потенціальной энергіи постоянна и поэтому когда мы знаемъ кинетическую энергію, то мы можемъ вывести ту часть потенціальной энергіи, которая зависитъ отъ разстоянія между тѣлами.

§ 139. Кинетическая энергія системы.

Чтобы опредѣлить кинетическую энергію, мы припомнимъ, что по § 133 скорость планеты относительно солнца есть

$$v = {}^1/_2 \frac{h}{b^2} \overline{HU}.$$

Скорости планеты и солнца относительно центра массы системы суть

$$\frac{S}{S+P}v \text{ и } \frac{P}{S+P}v,$$

поэтому кинетическія энергіи планеты и солнца суть

$$\frac{1}{2}P\frac{S^2}{(S+P)^2}v^2 \text{ и } \frac{1}{2}S\frac{P^2}{(S+P)^2}v^2,$$

а вся кинетическая энергія есть

$$\frac{1}{2}\frac{S \cdot P}{S+P}v^2 = \frac{1}{4}\frac{S \cdot P}{S+P}\frac{h^2}{b^4}\overline{HU}^2.$$

Чтобы выразить v^2 черезъ $\overline{SP}$ или r, мы замѣтимъ, что по закону площадей

$$v \cdot \overline{SY} = h = \frac{2\pi ab}{T} \tag{1}$$

и по свойству эллипсиса

$$\overline{HZ} \cdot \overline{SY} = b^2, \tag{2}$$

а вслѣдствіе подобія треугольниковъ HZP и SYP

$$\frac{\overline{SY}}{\overline{HZ}} = \frac{\overline{HP}}{\overline{SP}} = \frac{r}{2a-r}. \tag{3}$$

Помножая (2) и (3), мы получаемъ

$$SY^2 = \frac{b^2 r}{2a-r}.$$

Отсюда по (1) мы получаемъ

$$v^2 = \frac{4\pi^2 a^2 b^2}{T^2}\frac{1}{SY^2} = \frac{4\pi^2 a^2}{T^2}\left(\frac{2a}{r} - 1\right)$$

и кинетическая энергія системы есть

$$\frac{4\pi^2 a^3}{T^2}\frac{S \cdot P}{S+P}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{2a}\right),$$

а это по уравненію въ концѣ § 136 становится

$$C\ S \cdot P\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{2a}\right),$$

гдѣ C есть постоянная тяготѣнія.

Это и есть величина кинетической энергіи двухъ тѣлъ S и P, когда они движутся по эллипсису, большая ось котораго есть $2a$.

§ 140. Потенціальная энергія системы.

Сумма энергій кинетической и потенціальной постоянна, но ея абсолютная величина по § 110 неизвѣстна, да и нѣтъ необходимости знать ее.

Поэтому, если мы примемъ, что потенціальная энергія есть величина въ формѣ

$$K - C \cdot S \cdot P \frac{1}{r},$$

тогда второй членъ выраженія, какъ единственный зависящій отъ разстоянія r, есть и единственный членъ, съ которымъ намъ нужно имѣть дѣло. Другой членъ K представляетъ работу произведенную тяготѣніемъ въ то время, когда тѣла бывшія первоначально на безконечномъ разстояніи одно отъ другаго сблизились настолько, насколько позволяли ихъ размѣры.

§ 141. Луна есть тяжелое тѣло.

Опредѣливши законъ силы между каждою планетою и солнцемъ, Ньютонъ перешолъ затѣмъ къ доказательству того, что вѣсъ тѣлъ наблюдаемый на земной поверхности и та сила, которая удерживаетъ луну на ея орбитѣ во-

кругъ земли, относятся между собою согласно тому же закону обратныхъ квадратовъ разстоянія.

Эта сила тяжести дѣйствуетъ во всякомъ доступномъ для насъ мѣстѣ, на вершинѣ высочайшихъ горъ и на самыхъ высшихъ пунктахъ, до которыхъ достигали воздушные шары. Напряженность ея измѣряемая опытами съ маятникомъ ослабѣваетъ по мѣрѣ того, какъ мы поднимаемся вверхъ; и хотя высота, до которой мы можемъ подняться, такъ мала сравнительно съ земнымъ радіусомъ, что изъ наблюденій этого рода мы не можемъ вывести, что тяжесть дѣйствуетъ обратно пропорціонально квадрату разстоянія отъ центра земли, однакоже наблюдаемое уменьшеніе напряженности тяжести согласно съ этимъ закономъ. форму котораго Ньютонъ вывелъ изъ движенія планетъ.

Предполагая далѣе, что напряжонность тяжести измѣняется обратно пропорціонально квадрату разстоянія отъ центра земли и зная ея величину на поверхности земли, Ньютонъ вычислилъ ея величину на среднемъ разстояніи луны.

Его первыя вычисленія были невѣрны, потому что въ нихъ было принято невѣрное опредѣленіе размѣровъ земли. Но когда онъ получилъ болѣе вѣрную величину этого количества, то нашолъ, что напряженность тяжести вычисленная для разстоянія равнаго разстоянію луны отъ земли была равна силѣ необходимой для того, чтобы удерживать луну на ея орбитѣ.

Этимъ онъ доказалъ тожество силы дѣйствующей между землею и луною съ тою силою, которая заставляетъ тѣла близь поверхности земной падать къ землѣ.

§ 142. Опытъ Кавендиша.

Послѣ того, какъ было доказано, что сила, съ которою небесныя тѣла притягиваютъ другъ друга, совершенно такого же рода какъ и та сила, которая притягиваетъ къ землѣ тѣла близкія къ намъ и осязаемыя нами, оставалось еще доказать, что тѣла осязаемыя нами взаимно притягиваютъ другъ друга.

Трудность этой задачи заключалась въ томъ, что масса тѣлъ осязаемыхъ нами столь мала въ сравненіи съ массою земли, что даже въ томъ случаѣ, когда мы сблизимъ эти тѣла такъ, какъ это только возможно, притяженіе между ними будетъ составлять только крайне малую часть вѣса того и другаго.

Мы не можемъ избавиться отъ притяженія земли, но мы должны устроить опытъ такимъ образомъ, чтобы оно сколько возможно меньше примѣшивалось къ дѣйствію притяженія другаго тѣла.

Для этой цѣли Джонъ Мичель придумалъ аппаратъ, который съ тѣхъ поръ получилъ названіе крутительныхъ вѣсовъ. Мичель умеръ прежде чѣмъ успѣлъ произвести опытъ; но его аппаратъ впослѣдствіи попалъ въ руки Кавендиша, который улучшилъ его во многихъ отношеніяхъ и измѣрилъ притяженіе между большимъ свинцовымъ шаромъ и маленькими шарами, повѣшенными на плечахъ вѣсовъ. Подоб-

ный инструментъ былъ впослѣдствіи независимо изобрѣтенъ Кулономъ для измѣренія небольшихъ электрическихъ и магнитныхъ силъ, и онъ остается до сихъ поръ самымъ лучшимъ приборомъ для измѣренія всякаго рода малыхъ силъ.

§ 143. Крутительные вѣсы.

Крутительные вѣсы состоятъ изъ горизонтальнаго прута подвѣшеннаго на проволокѣ къ неподвижному пункту. Когда прутъ поворачивается отъ какой нибудь внѣшней силы въ горизонтальной плоскости, то онъ скручиваетъ проволоку, и такъ какъ она упруга, то сопротивляется этому измѣненію своего вида и стремится раскручиваться. Эта сила крученія пропорціональна углу, на который закручена проволока, такъ что если мы заставимъ силу дѣйствовать въ горизонтальномъ направленіи перпендикулярно къ пруту на его конецъ, то можемъ, наблюдая уголъ, на которой сила можетъ повернуть прутъ, опредѣлить величину этой силы.

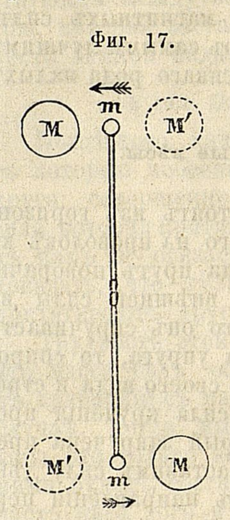
Сила прямо пропорціональна углу крученія и четвертой степени діаметра проволоки и обратно пропорціональна длинѣ прута и длинѣ проволоки.

Поэтому, употребляя длинную проволоку и длинный прутъ, мы можемъ измѣрять весьма малыя силы.

Въ опытѣ Кавендиша два шара (фиг. 17) равной массы, m, прикрѣпляются къ концамъ

прута крутительныхъ вѣсовъ. Мы можемъ пока пренебречь массою прута сравнительно съ массою шаровъ. Два большіе шара M равные по массѣ располагаются такимъ образомъ, что они могутъ быть помѣщены или въ M и M или въ M′M′. Въ первомъ положеніи они своимъ притяженіемъ на меньшіе шары стремятся повернуть прутъ крутительныхъ вѣсовъ въ направленіи стрѣлокъ. Во второмъ же положеніи они стремятся повернуть его въ противоположномъ направленіи. Крутительные вѣсы вмѣстѣ съ прикрѣпленными къ нимъ шарами помѣщаются въ ящикѣ, чтобы устранить качаніе ихъ отъ движенія воздуха. Положеніе прута вѣсовъ наблюдаютъ по изображенію скалы въ вертикальномъ зеркалѣ, прикрѣпленномъ въ серединѣ прута. Вѣсы устанавливаются въ особомъ помѣщеніи и наблюдатель не входитъ въ это помѣщеніе, а наблюдаетъ изображеніе скалы въ зрительную трубу.

Фиг. 17.

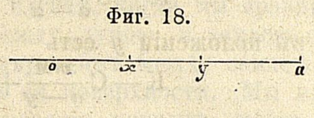


§ 144. Методъ опыта.

Сначала опредѣляется время T двойнаго качанія крутительныхъ вѣсовъ, а также положеніе равновѣсія центровъ шаровъ m.

Затѣмъ большіе шары приводятся въ положенія MM, такъ что центръ каждаго изъ нихъ находится на извѣстномъ разстояніи a отъ положенія равновѣсія o (фиг. 18) центровъ, находящихся на прутѣ шаровъ m.

Фиг. 18.



Нѣтъ необходимости ожидать, пока остановятся качанія прута вѣсовъ, но только наблюдаются дѣленія скалы, соотвѣтствующія крайнимъ точкамъ одного качанія, и оказывается, что они удаляются отъ положенія равновѣсія на разстоянія x и y. Въ этихъ точкахъ прутъ на мгновеніе бываетъ въ покоѣ, такъ что вся его энергія бываетъ потенціальною, и такъ какъ вся сумма энергіи есть величина постоянная, то потенціальная энергія соотвѣтствующая положенію x должна быть равна потенціальной энергіи соотвѣтствующей положенію y.

Если T есть время двойнаго колебанія около точки равновѣсія o, тогда потенціальная энергія происходящая отъ крученія въ томъ случаѣ, когда наблюдается дѣленіе x на скалѣ, есть по § 119

$$\frac{2\pi^2 m}{T^2} x^2,$$

а потенціальная энергія происходящая отъ притяженія между m и M есть по § 140

$$K - C\frac{mM}{a-x}.$$

Такимъ образомъ, потенціальная энергія всей системы въ положеніи x есть

$$К - С\frac{mM}{a-x} + \frac{2\pi^2 m}{T^2}x^2,$$

а въ положеніи y есть

$$К - С\frac{mM}{a-y} + \frac{2\pi^2 m}{T^2}y^2$$

и такъ какъ потенціальная энергія въ этихъ двухъ положеніяхъ одинакова, то мы имѣемъ

$$CmM\left(\frac{1}{a-y} - \frac{1}{a-x}\right) = \frac{2\pi^2 m}{T^2}(y^2 - x^2).$$

Отсюда

$$C = \frac{2\pi^2}{MT^2}(x+y)(a-x)(a-y).$$

Посредствомъ этого уравненія С, постоянная тяготѣнія, выражается наблюденными количествами: М массою большихъ шаровъ въ грамахъ, Т временемъ двойнаго качанія въ секундахъ и разстоянія x y и a въ центиметрахъ.

По опытамъ Байли $C = 6{,}5 \times 10^{-8}$. Если мы примемъ единицу массы такимъ образомъ, что она на разстояніи единицы длины производитъ единицу ускоренія, причемъ за единицы были бы взяты центиметръ и секунда, то единица массы составляла бы около $1{,}537 \times 10^7$ грамовъ или 13,37 тоннъ. Эта единица массы сводитъ С, постоянную тяготѣнія, на единицу, которая поэтому и употребляется при вычисленіяхъ въ физической астрономіи.

§ 145. Всеобщее тяготѣніе.

Мы такимъ образомъ прослѣдили притяженіе тяготѣнія въ цѣломъ рядѣ естественныхъ

явленій и нашли, что законъ установленный для измѣненія силы на различныхъ растояніяхъ между планетою и солнцемъ оказывается вѣрнымъ и въ томъ случаѣ, когда мы сравниваемъ притяженіе между луною и землею съ притяженіемъ существующимъ между землею и вѣсомыми тѣлами на ея поверхности. Мы нашли также, что притяженіе равныхъ массъ и на равномъ разстояніи бываетъ одинаково, какова бы ни была природа вещества, изъ котораго состоятъ массы. Въ этомъ мы можемъ убѣдиться посредствомъ опытовъ надъ маятниками, сдѣланными изъ разныхъ веществъ, а также сравненіемъ притяженія оказываемаго солнцемъ на различныя планеты, которыя вѣроятно неодинаковы по составу. Опыты Бейля надъ шарами изъ различныхъ веществъ въ крутительныхъ вѣсахъ подтверждаютъ этотъ законъ.

Поэтому, такъ какъ мы находимъ въ такомъ множествѣ случаевъ встрѣчающихся въ мѣстахъ столь отдаленныхъ одно отъ другаго, что сила отяготѣнія зависитъ только отъ массъ тѣлъ, а не отъ ихъ химической природы или физическаго состоянія, то и приходимъ къ заключенію, что это вѣрно для всѣхъ веществъ.

Напр., ни одинъ ученый человѣкъ не сомнѣвается въ томъ, что двѣ частички атмосфернаго воздуха взаимно притягиваются, хотя мы имѣемъ мало надежды на то, чтобы когда нибудь были придуманы столь тонкіе эспериментальные методы, чтобы можно было измѣрить или хоть даже сдѣлать замѣтнымъ это притяженіе. Но мы знаемъ, что существуетъ притя-

женіе между всякою частичкою воздуха и землею и находимъ въ опытахъ Кавендиша, что тяготѣющія тѣла, если они имѣютъ достаточную массу, тяготѣютъ другъ къ другу, и мы заключаемъ изъ этого, что двѣ частички воздуха тяготѣютъ одна къ другой. Но однакоже еще крайне сомнительно, есть ли среда свѣта и электричества тяготѣющее вещество, хотя навѣрное она матеріальна и имѣетъ массу.

§ 146. Причина тяготѣнія.

Ньютонъ въ своихъ Principia выводитъ изъ наблюденныхъ движеній небесныхъ тѣлъ тотъ фактъ, что они притягиваютъ другъ друга по опредѣленному закону.

Это онъ даетъ какъ результатъ строгаго динамическаго умозаключенія и показываетъ, что не только всѣ очевидныя явленія, но и всѣ кажущіяся неправильности въ движеніяхъ этихъ тѣлъ могутъ быть вычислены какъ результаты этого одного принципа. Въ своихъ Principia онъ ограничивается доказательствомъ и развитіемъ этого великаго шага въ наукѣ о взаимномъ дѣйствіи тѣлъ. Онъ ничего не говоритъ о тѣхъ средствахъ, которыми можно было бы заставить тѣла тяготѣть другъ къ другу. Мы знаемъ, что умъ его не успокоивался на этомъ пунктѣ, что онъ чувствовалъ, что тяготѣніе само должно чѣмъ нибудь объясниться и онъ даже сдѣлалъ попытку объясненія, основывавшагося на дѣйствіи эфирной среды, наполняющей пространство. Но съ тою мудрою умѣренностью, которая отличала всѣ его изслѣдованія, онъ отличалъ такія умозрѣнія отъ того,

что было утверждено наблюденіемъ и доказательствомъ и исключилъ изъ своихъ Principia всякое упоминаніе о причинѣ тяготѣнія, отложивши всѣ свои мысли объ этомъ предметѣ для Queries, напечатанныхъ въ концѣ его *Оптики*.

Со времени Ньютона мало дѣлалось попытокъ разрѣшить этотъ трудный вопросъ и онѣ не привели ни къ какому прочному результату.

§ 147. Примѣненіе Ньютоновскаго метода изслѣдованія.

Выработанный Ньютономъ методъ изслѣдованія силъ дѣйствующихъ между тѣлами въ приложеніи къ небеснымъ тѣламъ былъ успѣшно примѣненъ къ электрическимъ и магнитнымъ тѣламъ Кавендишемъ, Кулономъ и Пуассономъ. Изслѣдованіе того, какъ дѣйствуютъ другъ на друга маленькія частички тѣлъ, затрудняется тѣмъ фактомъ, что какъ тѣла подлежащія нашему изслѣдованію, такъ и разстоянія между ними столь малы, что мы не можемъ ни замѣтить, ни измѣрить ихъ и потому мы не можемъ наблюдать ихъ движеній, какъ наблюдаемъ движенія планетъ и электрическихъ или магнитныхъ тѣлъ.

§ 148. Методы молекулярныхъ изслѣдованій.

Поэтому изслѣдованіе молекулярныхъ явленій ведется большею частью методомъ гипотезъ и сравненіемъ результатовъ гипотезы съ наблюденными фактами.

Успѣхъ этого метода зависитъ отъ общно-

сти гипотезы, съ которой мы начинаемъ. Если наша гипотеза очень обща и исходитъ изъ того положенія, что изслѣдуемыя явленія зависятъ отъ конфигураціи и движенія матеріальной системы, и если вамъ удастся вывести изъ такой гипотезы какіе нибудь годные результаты, тогда мы съ увѣренностью можемъ примѣнить ее къ занимающимъ насъ явленіямъ.

Однако, если мы составимъ такую гипотезу, что конфигурація, движеніе или дѣйствіе матеріальной системы—совершенно особаго опредѣленнаго рода и если результаты этой гипотезы согласуются съ явленіями, то все-таки мы должны допускать возможность того, что она окажется ложною, если только мы не докажемъ, что никакая другая гипотеза не можетъ объяснить этихъ явленій.

§ 149. Важность общихъ и элементарныхъ свойствъ.

Поэтому при всѣхъ физическихъ изслѣдованіяхъ въ высшей степени важно знаніе самыхъ общихъ свойствъ матеріальной системы, и на этомъ основаніи я рѣшился въ настоящей книгѣ лучше остановиться на этихъ общихъ свойствахъ, чѣмъ заниматься болѣе разнообразнымъ и интереснымъ полемъ частныхъ и особенныхъ формъ матеріи.

Конецъ.

Фостеръ. Начальный практическій курсъ Физіологіи, пер. С. В. Пантелѣевой. Ц. 1 р. 50 к.

Одобренъ Уч. Ком. М. Нар. Пр. «для фундаментальныхъ библіотекъ реальныхъ училищъ и учительскихъ институтовъ».

А. Я. Гердъ. Краткій курсъ Естествовѣдѣнія; удостоенъ преміи императора Петра Великаго при четвертомъ присужденіи ея въ 1878 г., съ 207 рис. въ текстѣ. 4-е изданіе. Ц. 1 р. 60 к.

Одобренъ какъ учебное руководство для преподаванія Естествовѣдѣнія въ гимназіяхъ.

А. Н. Бекетовъ. Питаніе человѣка въ его настоящемъ и будущемъ. Ц. 50 к.

Его же. Бесѣды о землѣ и тваряхъ на ней живущихъ; пересмотрѣнное изданіе и дополненное новыми политипажами; съ 81 рисунками въ текстѣ. Ц. 80 к.

Ю. Э. Янсонъ. Исторія и теорія Статистики въ монографіяхъ Вагнера, Рюмелинга и Швабе, съ тремя таблицами чертежей. Ц. 2 р.

В. А. Зайцевъ. Руководство Всемірной Исторіи. Древняя Исторія Востока. Съ 4 картами, 2 таблицами іероглифическихъ и клинообразныхъ письменъ и снимковъ съ древнихъ алфавитовъ. Ц. 2 р.

Его же. Древняя Исторія запада. Ц. 4 р.

Народы Турціи. Двадцать лѣтъ среди Болгаръ, Грековъ, Албанцевъ, Турокъ и Армянъ. 2 тома, пер. съ англійск. Ц. 3 р.

И. Р. Тархановъ. О психомоторныхъ центрахъ и развитіи ихъ у человѣка и животныхъ. Ц. 1 р.

Топинаръ. Антропологія. Пер. съ франц. подъ редакціею проф. И. И. Мечникова съ 52 рис. Ц. 4 р.

Боль. Опытная механика. Пер. съ англ. подъ ред. Н. Н. Любавина. Ц. 3 р.

В. А. Манассеинъ. Лекціи Общей Терапіи. Ц. 1 р. 50 к.

И. М. Сѣченовъ. О поглощеніи угольной кислоты кровью и соляными растворами. Ц. 3 р.

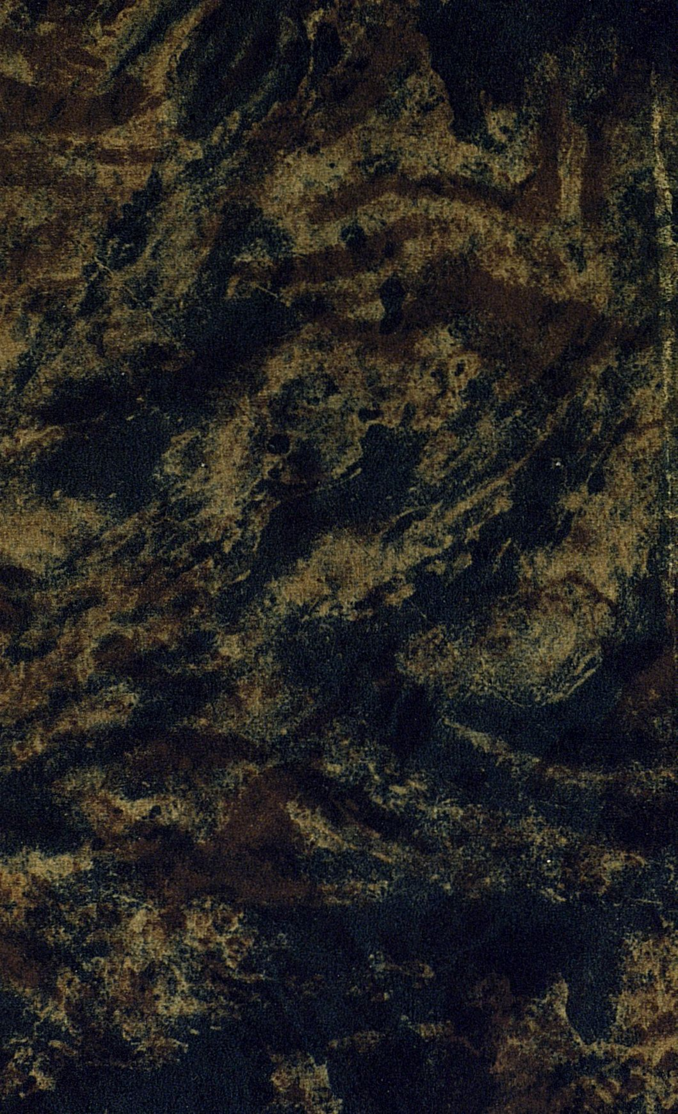
Зеттегастъ. Скотоводство, пер. подъ ред. О. А. Гримма. 2 т. Ц. 7 р.

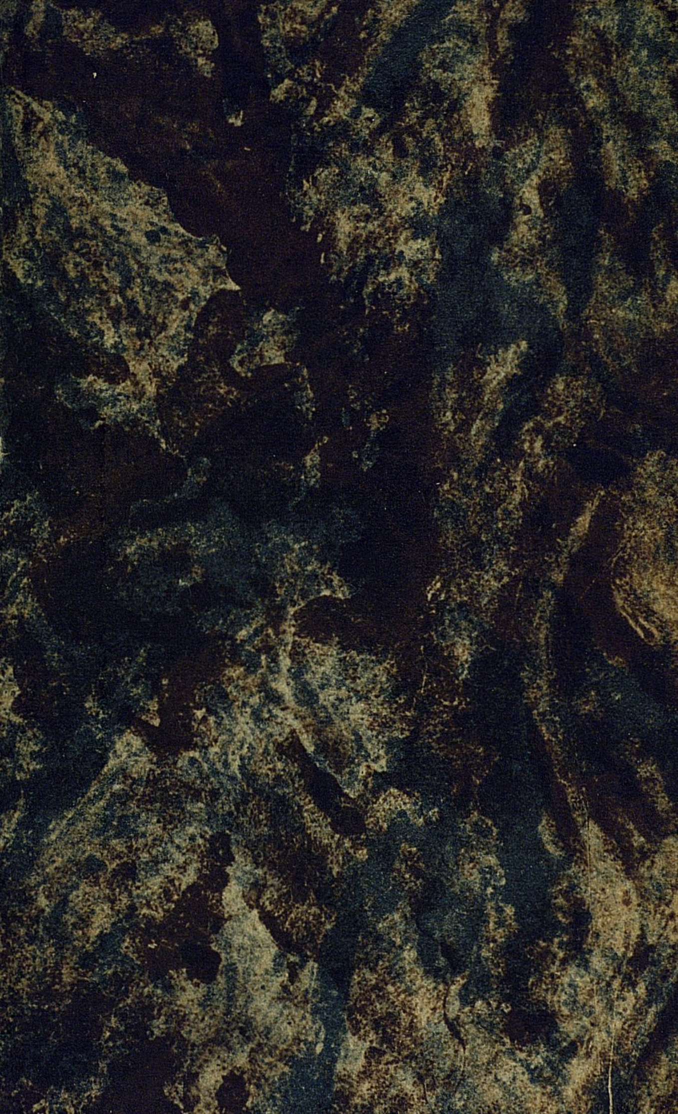
С. Джевонсъ. Основы наукъ. Трактатъ о Логикѣ и Научномъ методѣ, пер. съ англ. М. А. Антоновича. Ц. 4 р. 50 к.

Физика. Бальфуръ—Стюартъ. Ц. 50 к.

Майеръ. Звукъ. Рядъ простыхъ, занимательныхъ, интересныхъ и недорогихъ опытовъ, имѣющихъ предметомъ явленія звука. Пер. М. А. Антоновича. Ц. 1 р.

Курвуазье. Домашній уходъ за больными. Пер. М. И. Ловцовой. Ц. 75 к.





2010515443